



UTMACH

FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES

CARRERA DE ECONOMÍA MENCIÓN EN GESTIÓN
EMPRESARIAL

LOS APORTES DE JEVONS, MENGER Y WALRAS AL CONCEPTO DE
MARGINALIDAD

BANEGAS HURTADO KAREN KATHERINE
ECONOMISTA CON MENCIÓN EN GESTIÓN EMPRESARIAL

MACHALA
2020



UTMACH

FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES

CARRERA DE ECONOMÍA MENCIÓN EN GESTIÓN
EMPRESARIAL

LOS APORTES DE JEVONS, MENGER Y WALRAS AL CONCEPTO
DE MARGINALIDAD

BANEGAS HURTADO KAREN KATHERINE
ECONOMISTA CON MENCIÓN EN GESTIÓN EMPRESARIAL

MACHALA
2020



UTMACH

FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES

CARRERA DE ECONOMÍA MENCIÓN EN GESTIÓN
EMPRESARIAL

EXAMEN COMPLEXIVO

LOS APORTES DE JEVONS, MENGER Y WALRAS AL CONCEPTO DE
MARGINALIDAD

BANEGAS HURTADO KAREN KATHERINE
ECONOMISTA CON MENCIÓN EN GESTIÓN EMPRESARIAL

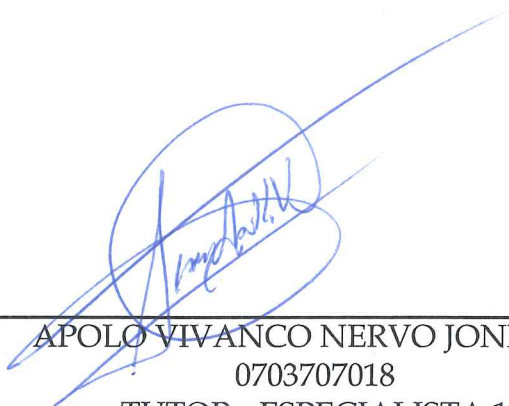
APOLO VIVANCO NERVO JONPIERE

MACHALA, 20 DE FEBRERO DE 2020

MACHALA
20 de febrero de 2020

Nota de aceptación:

Quienes suscriben, en nuestra condición de evaluadores del trabajo de titulación denominado Los aportes de Jevons, Menger y Walras al concepto de marginalidad, hacemos constar que luego de haber revisado el manuscrito del precitado trabajo, consideramos que reúne las condiciones académicas para continuar con la fase de evaluación correspondiente.



APOLO VIVANCO NERVO JONPIERE
0703707018
TUTOR - ESPECIALISTA 1



BEJARANO COPO HOLGER FABRIZZIO
0703311373
ESPECIALISTA 2



LEON SERRANO LADY ANDREA
0704177575
ESPECIALISTA 3

Fecha de impresión: lunes 02 de marzo de 2020 - 14:45

ANÁLISIS DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO DE LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ: CASO TURQUÍA EN LA DÉCADA DEL 2000.

por Jefferson Cabrera

Fecha de entrega: 11-feb-2020 03:05a.m. (UTC-0500)

Identificador de la entrega: 1255370580

Nombre del archivo: N_LISIS_DEL_CRECIMIENTO_ECON_MICO_DE_LA_INDUSTRIA_AUTOMOTRIZ.pdf
(400.1K)

Total de palabras: 2401

Total de caracteres: 13062

CLÁUSULA DE CESIÓN DE DERECHO DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO DIGITAL INSTITUCIONAL

La que suscribe, BANEGAS HURTADO KAREN KATHERINE, en calidad de autora del siguiente trabajo escrito titulado Los aportes de Jevons, Menger y Walras al concepto de marginalidad, otorga a la Universidad Técnica de Machala, de forma gratuita y no exclusiva, los derechos de reproducción, distribución y comunicación pública de la obra, que constituye un trabajo de autoría propia, sobre la cual tiene potestad para otorgar los derechos contenidos en esta licencia.

La autora declara que el contenido que se publicará es de carácter académico y se enmarca en las disposiciones definidas por la Universidad Técnica de Machala.

Se autoriza a transformar la obra, únicamente cuando sea necesario, y a realizar las adaptaciones pertinentes para permitir su preservación, distribución y publicación en el Repositorio Digital Institucional de la Universidad Técnica de Machala.

La autora como garante de la autoría de la obra y en relación a la misma, declara que la universidad se encuentra libre de todo tipo de responsabilidad sobre el contenido de la obra y que asume la responsabilidad frente a cualquier reclamo o demanda por parte de terceros de manera exclusiva.

Aceptando esta licencia, se cede a la Universidad Técnica de Machala el derecho exclusivo de archivar, reproducir, convertir, comunicar y/o distribuir la obra mundialmente en formato electrónico y digital a través de su Repositorio Digital Institucional, siempre y cuando no se lo haga para obtener beneficio económico.

Machala, 20 de febrero de 2020



BANEGAS HURTADO KAREN KATHERINE
0704456110

RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo describir la evolución del concepto de marginalidad a través las obras de Jevons, Menger y Walras, que constituyen la consolidación de la economía pura. Mediante la revisión de sus fundamentos teóricos sustentados en la ley de utilidad decreciente, se explica cómo las relaciones marginales de la teoría subjetiva del valor permitieron la consecución del equilibrio del lado el productor y la justificación del enfoque de maximización. Al equiparar a la economía con una ciencia exacta; Jevons desarrolla el método científico en la economía mediante el principio de equimarginalidad; Menger no resuelve una teoría formal del principio de utilidad decreciente pero introduce al marginalismo el concepto de coste de oportunidad; Walras mediante el equilibrio general sienta las bases para el posterior desarrollo del enfoque marginal de maximización. Se utiliza como método de investigación las definiciones de cálculo diferencial a partir del concepto de derivadas parciales para resolver un caso de maximización de beneficio.

Palabras Clave: Economía pura; relaciones marginales; derivadas parciales; maximización de beneficio

ABSTRACT

This work aims to describe the evolution of the marginality concept through the works of Jevons, Menger and Walras that constitute the consolidation of the pure economy. Through the review of its theoretical foundations supported by the law of diminishing utility, it's explained how the marginal relations of the subjective theory of value allowed the achievement of the producer's balance of the side and the justification of the maximization approach. By equating economics with an exact science; Jevons develops the scientific method in economics through its principle of equi marginality; Menger doesn't solve a formal theory of the principle of diminishing utility but introduces the concept of Opportunity Cost to marginalism; Walras through general equilibrium, it lays the foundations for the further development of the marginal maximization approach. Differential calculation definitions are used based on the concept of partial derivatives to solve a case of profit maximization.

Key Words: Pure economy; marginal relationships; partial derivatives; profit maximization

ÍNDICE

RESUMEN	2
ABSTRACT	3
INTRODUCCIÓN	5
DESARROLLO	8
METODOLOGÍA	19
RESULTADOS	23
CONCLUSIONES	26
REFERENCIAS	27
ANEXO	29

INTRODUCCIÓN

La Escuela Marginalista nace a finales del siglo XIX con la aparición de las obras de Stanley Jevons (1871), Carl Menger (1871) y León Walras (1874), quienes proporcionaron un modelo teórico a partir del cual, los conceptos anteriormente fundamentales en los Clásicos como los de costes de producción, son reemplazados mediante el lenguaje formal por los de utilidad marginal y maximización. Tradicionalmente, a estos tres autores se les atribuye ser los fundadores del marginalismo, al desarrollar la ley de utilidad decreciente e integrarlas al equilibrio general de la economía que se convierte en el método científico a través del cual, un sistema de herramientas analíticas explicativas, describe la conducta de los individuos en un mercado de libre competencia.

Respecto a este hecho, se ha suscitado para un grupo amplio de autores, la discusión acerca de sí el cambio metodológico que se estaba produciendo; es consecuencia del avance teórico consolidado en la economía, del desarrollo de la estructura misma de la producción en una nueva etapa industrial o un intento por justificar un aparato teórico estático y universal que despoje los fundamentos de la teoría objetiva del valor para sostener formalmente la tendencia libre mercantilista.

Para el Economista holandés Blaug (1997), las obras de los tres fundadores basadas en el principio de utilidad marginal, no presuponen un descubrimiento múltiple ni una “revolución” como tal, sino más bien, el resultado de una coincidencia de varios descubrimientos independientes, que dadas las condiciones de la economía, permitían emplear herramientas analíticas para un mismo problema económico (refiriéndose a la teoría clásica del valor). Mientras que, teóricos como Sraffa (1966) y Maloney (1985) han señalado que la suposición metodológica de la autonomía individual de los marginalistas, dio paso a que los economistas perdieran de vista el papel de la estructura social en la determinación de las necesidades individuales, los poderes coercitivos y los poderes de negociación extremadamente desiguales, por ello, consideran que si bien el

marginalismo ha encontrado un nuevo método para explicar el mercado, este lo incorpora con un sesgo pro capitalista.

A criterio de Méndez (2004) la explicación más admisible para entender la aparición de la teoría de utilidad marginal en el contexto de 1870, se debe necesariamente a las circunstancias del ambiente científico general: como el desarrollo del método matemático en las ciencias naturales -principalmente en la física-, y al convencimiento de la existencia de una unidad explicativa del método que posibilite trasladar las mismas proposiciones de un campo a otro. Por lo que, la aparición de tres obras casi simultáneas y equivalentes de autores con diferente formación en distintos niveles de desarrollo económico, puede explicarse por la influencia decisiva que el avance de la ciencia tuvo sobre la formalidad de sus teorías, aunque no tuvieran elementos comunes ni la cercanía para inferir sobre la misma teoría.

Frente a estos argumentos, Moscati (2019) menciona, que los avances de las teorías explicativas del valor que los fundadores heredaron a la economía y que se consolidan con Marshall, permitieron reducir los juicios subjetivos detrás de las acciones humanas -incluidas las acciones económicas- a presuposiciones mensurables para que la economía pueda ser expresada en los mismo términos que cualquier otra rama de las ciencias naturales.

Estas características distintivas del pensamiento económico proporcionaron modelos justificables para que el enfoque de medición de utilidad que se expuso sintetizado en “Principios de Economía” de 1890, defina a la economía como una ciencia que trata solo con esa clase de supuestos mensurables, y esa mensurabilidad de los hechos económicos, que los hace susceptibles al tratamiento científico, es la razón principal para que la economía política pase a ser tratada como una ciencia profesionalizada a través de los conceptos de marginalidad. En consecuencia, al equiparar la ciencia económica al mismo método de las ciencias naturales, las leyes económicas se convierten en absolutas y estáticas, a la vez que las matemáticas

empiezan a ocupar un rol central en la búsqueda de soluciones óptimas a cada uno de los problemas prácticos de la economía.

Esta investigación busca describir la evolución del concepto de marginalidad desde la aparición de la economía pura en las obras de Jevons, Menger y Walras, hasta su aplicación en el campo de la microeconomía. Para ello, se consideran los siguientes puntos: primero, se realiza una aproximación al concepto de marginalidad a partir de la Ley de Utilidad Decreciente propuesta por los fundadores marginalistas en sus respectivas obras; segundo, se describe la evolución de este concepto mediante sus postulados sobre el valor e intercambio; tercero, se analiza cómo el desarrollo del cuerpo teórico del cálculo permitió la consecución del equilibrio del lado del productor y el enfoque de maximización de beneficios. Se utiliza como método de investigación la definición formal de derivadas parciales y el criterio de segunda derivada.

DESARROLLO

Aproximaciones al concepto de Utilidad Marginal

Las tres obras originales de Jevons “Teoría de la Economía Política”, Carl Menger “Principios de Economía Política” y los “Elementos de la Economía Política” de Walras, marcan el inicio de lo que tradicionalmente en el campo académico llamamos “Revolución Marginal”, cuyo fundamento principal es el concepto de utilidad marginal. No obstante, como menciona Ning (2016), el término “Utilidad Marginal” no aparece en las obras originales de los pioneros sino hasta 1884. Por lo que, se utilizan definiciones similares como rareté, intensidad o satisfacción de la última unidad consumida, para referirse al mismo concepto de utilidad en términos marginales.

Tanto Walras como Jevons, emplean el término “utilidad” con el significado que utilizamos actualmente en Economía. Jevons se refiere a la utilidad, como el poder de un bien para satisfacer deseos, pero considera que este poder no es una cualidad intrínseca de los bienes, y señala que:

La utilidad adicional resultante de los incrementos de los productos básicos generalmente disminuye en alguna proporción, o como alguna función de la cantidad total recibida. (..) Esta variación existe incluso en las cantidades más pequeñas, en cuyo caso debemos retroceder a infinitesimales, y lo que llamaremos el coeficiente de utilidad, es decir, la relación entre el último incremento o la oferta infinitamente pequeña del objeto, y el incremento de placer que ocasiona. (Peart 1996, 71)

Posteriormente, Walras utiliza el mismo enfoque que Jevons para formular el concepto de utilidad marginal, pero la denota como una utilidad “intensiva” o “rereté”, para designar la intensidad del último deseo satisfecho por cualquier cantidad consumida de un bien o servicio. Y con respecto a la Ley de utilidad decreciente indica que: “Sea la curva continua o discontinua, postulo que los servicios intensivos siempre disminuyen de la primera unidad o fracción de una unidad consumida a la de la última unidad o fracción de unidad consumida” (Walras 2003, 118)

Menger, por otro lado, entiende la utilidad como la “Importancia de las satisfacciones”, en la que, las diferentes necesidades de los hombres son muy desiguales en cuanto a la importancia de la satisfacción. Su declaración general sobre la ley de la utilidad marginal decreciente, enuncia lo siguiente:

La satisfacción de cualquier necesidad específica tiene, hasta cierto grado de completitud, una importancia relativamente alta, hasta que finalmente se alcanza una etapa en la que una satisfacción más completa de esa necesidad particular es una cuestión de indiferencia. En última instancia, se produce una etapa en la que cada acto que tiene la satisfacción de esta necesidad no tiene más importancia para el consumidor. (Menger 2007, 125)

Sobre la utilidad en la producción, los tres marginalistas enfatizan en el lado de la demanda, en contraposición a los fundamentos clásicos de costos de producción. Por esta razón, la ley de utilidad decreciente, resuelve que el valor de las mercancías está en función del último grado de utilidad, no de sus cualidades intrínsecas, anteriormente determinadas por las cantidades.

Jevons: Teoría del valor y modelo del intercambio

Lo que motivó a Jevons a desarrollar su teoría, fue su convicción de que el valor de cambio de las mercancías depende de la Ley de utilidad marginal decreciente, no del trabajo. Argumentó que la utilidad surge de las mercancías que se traen en cantidades adecuadas y en el momento apropiado a la posesión de las personas que las necesitan (Jevons 2012, 75), y que por tanto, este es un fenómeno afectado por el intercambio más que cualquier otro medio. A partir de esto, como explica en la introducción de su obra *Teoría de la Economía Política* de 1871, su objetivo se centra en hacer de la economía política una "ciencia exacta", por lo que, al aplicar herramientas matemáticas como el cálculo, sus modelos básicos tenían que partir de las leyes naturales de la variación de la utilidad para explicar una teoría satisfactoria del intercambio.

Siguiendo las leyes de Gossen, la defensa de su teoría se basa en los siguientes argumentos: Primero, la posibilidad de la mensurabilidad del placer y la disponibilidad de una unidad; segundo, que el principio de utilidad adquirida es independiente de la mensurabilidad, ya que la mera clasificación de los placeres es suficiente (previando el concepto de utilidad ordinal); tercero que aunque no se pueda medir directamente el placer, este se puede medir indirectamente a través de sus efectos indirectos (Moscati 2019, 28).

Basado en la lógica de su tercer argumento, representa la utilidad marginal mediante las siguientes proposiciones:

Se recurre a la medición indirecta cuando el mesurando x no es directamente observable (como es el caso de la utilidad), mientras que y si es directamente observable y medible (como es el caso del precio de un producto o la disposición a pagar por él). Esto posibilita que, en la medición indirecta, la magnitud del objeto x a medir (o también llamado mesurando), se infiera de la magnitud del otro objeto y . Inferimos la magnitud de x a partir de la magnitud de y porque suponemos que existe alguna relación funcional entre estas dos magnitudes. Es decir:

$$y = F(x)$$

En el caso de la utilidad y la disposición a pagar, suponemos que existe una relación causal entre los dos: un individuo está dispuesto a pagar una cierta cantidad por una mercancía, porque el objeto de alguna manera le es útil. Dentro del concepto de utilidad, Jevons diferencia entre utilidad total y marginal; a esta última denominó “grado final de utilidad” y la definió como “el grado de utilidad última de la última unidad añadida, o la siguiente cantidad muy pequeña, o infinitamente pequeña, añadida a una cantidad existente” (Jevons 2012, 99), y concluyó que: el grado de utilidad de una mercancía varía de acuerdo a su cantidad, que disminuye a medida que la cantidad aumenta.

De manera formal representada como:

$$\frac{du}{dx} \text{ o grado final de la utilidad}$$

que indica la tasa de incremento de la utilidad total por unidad de bien adquirido.

Pero en su posterior desarrollo, como señala Méndez en Blaug (1997), la utilidad marginal no es la derivada de la utilidad total con respecto a la cantidad, sino el incremento diferencial de la utilidad, donde la utilidad marginal no es representada por $\frac{du}{dx}$ sino por $(\frac{du}{dx})\Delta x$, en que $u = f(x)$ es la función de utilidad del bien x y Δx es el incremento de x consumido.

Simbólicamente, Jevons usa " x " para representar un pequeño incremento de maíz, y " y " para representar un pequeño incremento de carne intercambiada. Confiando en la *ley de precio único*, sostuvo que puede haber, una y solo una tasa de cambio de x para y , y por lo tanto, como se señaló anteriormente, argumenta que los incrementos deben estar en la misma proporción que y para x .

Dado que el incremento de carne de res " y ", es $\frac{y}{x}$ veces mayor que el incremento de maíz " x "; supone que en un estado de equilibrio, las utilidades de estos incrementos deben ser iguales en el caso de cada parte, para que ni más ni menos intercambio sean deseables y, para que sus utilidades sean iguales, el grado de utilidad de la carne de res debe ser $\frac{x}{y}$ veces mayor que el grado de utilidad del maíz.

El tratamiento formal se rige bajo el supuesto de que el sujeto A, que está dotado de unidades de maíz, obtiene x unidades de maíz por y unidades de carne; mientras que, el sujeto B que está dotado de carne de res, comercializa y unidades de carne de res por x unidades de maíz.

Usando la notación de Jevons (2012) el supuesto que se crea es el siguiente:

Después del intercambio, A tiene $(a - x)$ unidades de maíz y (y) unidades de carne de res, mientras que, B contiene x unidades de maíz y $(b - y)$ unidades de carne de res, quedando como resultado:

$$\Phi_1(a - x) \cdot \partial x = \psi_1(y) \cdot \partial y$$

Donde:

$\Phi_1(a - x)$, representa el grado final de utilidad del bien X asociado con el maíz restante

$\psi_1(y)$, representa el grado final de utilidad del bien Y asociado con el maíz restante

a , es la cantidad del bien utilizada por el sujeto 1

b , es la cantidad del bien y utilizada por el sujeto 2

Sustituyendo $\frac{\partial x}{\partial y}$ por $\frac{\partial y}{\partial x}$ tenemos:

$$\frac{\Phi_1(a-x)}{\psi_1(y)} = \frac{y}{x}$$

Para obedecer el supuesto sobre el cual las utilidades de estos incrementos deben ser iguales en el caso de cada parte, para que ni más ni menos intercambio sean deseables. Entonces, este principio también es aplicable a B. Esto es:

$$\frac{\Phi_2(x)}{\psi_2(b-y)}$$

Por consiguiente, obtenemos:

$$\frac{\Phi_1(a-x)}{\psi_1(b-y)} = \frac{y}{x} = \frac{\Phi_2(x)}{\psi_2(b-y)}$$

Esta ecuación es la síntesis del concepto de marginalidad e indica que: la relación de grados finales de utilidad para cada consumidor es igual a la relación de intercambio común (Jevons 2012). Bajo este supuesto, demuestra que existe una situación de intercambio entre dos individuos, solo y solo si, la relación de las cantidades intercambiadas es igual al inverso de las relaciones de sus respectivos grados de utilidad.

De manera formal Jevons (2012) demuestra que: si el primer sujeto posee la cantidad a del bien X y el segundo, posee b del bien Y, al momento del intercambio, el primero entregará una parte infinitesimal del bien X a cambio de otra de Y, hasta entregar el total de la cantidad x , mientras que el segundo entregará una cantidad del bien Y a cambio de otra del bien, hasta entregar el total de Y. De manera que, a medida que continúe el intercambio, la utilidad marginal de lo entregado y de lo recibido sea igual para ambos.

En la actualidad, estos fundamentos no son suficientes para explicar el punto de equilibrio, pero esta nueva noción del intercambio, sustentada formalmente mediante el principio de utilidad marginal, representa para Jevons, el primer acercamiento a una equivalencia con la ley oferta y la demanda, y en la historia del pensamiento económico, las bases de la teoría subjetiva del valor.

Carl Menger: El valor en términos de satisfacción

Al igual que Jevons, Menger defendió la cualidad científica de la teoría económica a través del concepto de utilidad marginal, a pesar de que sus fundamentos no podían expresarse de forma estricta como las ciencias naturales. Insistió en la necesidad de reformar una teoría económica matemática que explique los fenómenos de la naturaleza económica, adheridos a su enfoque subjetivo del valor y a su método individualista. Su punto de partida son sus *Principios de Economía* de 1871, en los que introduce el concepto de método de análisis individualista o *atomístico*, refiriéndose, a que el intercambio se rige por la búsqueda del propio interés, la maximización de la utilidad, el conocimiento sobre la relación causal entre bien y satisfacción.

Siguiendo este enfoque, y convencido de que la teoría de valor clásica es inadecuada para explicar el intercambio, configura su concepto de valor de la mercancía, estableciendo que las cantidades no pueden ser un factor determinante en el valor de una mercancía, sino por la importancia de la necesidad satisfecha de la última unidad del bien, es decir, por la satisfacción en términos de utilidad marginal. Como señala Stavisky (2018) a partir de esta formulación, el análisis de las formas en que una mercancía es producida como tal es omitido y sustituido por las condiciones que estipulan que una cosa se constituya como bien. En este sentido, al establecer el valor de una mercancía de acuerdo su método atomístico (por la información o conocimiento de la relación causal entre el bien y la satisfacción, y que se pueda disponer de él), los argumentos de Menger parecen ser menos arbitrarios que Jevons, al prescindir de una postura explícita sobre los problemas en torno a la mensurabilidad de la utilidad marginal, de modo que, no existe un tratamiento matemático comparable al de Jevons y Walras.

Aunque la contribución de Menger con respecto a la teoría del intercambio y a la maximización del valor, puede considerarse obsoleta e inferior a la de Jevons y Walras; utiliza principios elementales de la segunda Ley de Gossen para explicar la ley de imputación en la que los valores de los factores productivos son sustentados por concepto de Coste de Oportunidad (Stavisky 2018). De aquí que, al determinar el valor de cada factor, se aplique el principio de pérdida de utilidad: “El valor por cada unidad de factor es igual al valor del producto que dejaría de producirse en caso de su pérdida, una vez que el resto de factores se ha redistribuido de forma óptima” (Méndez 2004, 189)

Walras: Relación marginal en el Equilibrio General

Walras es considerado el fundador del equilibrio general que aún hoy en día se utiliza en los manuales de microeconomía. En su obra *Elementos de Economía Pura* de 1874, defiende el desarrollo de una teoría explicativa mediante las relaciones marginales tales como la utilidad y la productividad marginal, pero esta vez, integrando estos conceptos a un equilibrio que enfatiza en la mutua interdependencia de las variables económicas.

La distinción más importante en el desarrollo de este sistema, como explica Misaki (2018), es la dicotomía entre los factores de producción y los servicios productivos; los factores o recursos proporcionan usos sucesivos y cada uno de estos usos rinde un servicio. Así, en el mercado de servicios, los dueños de los factores son vendedores, y los empresarios son los compradores de diversos servicios productivos. Mientras que, en el mercado de productos, los empresarios son vendedores y los dueños de los factores son compradores de productos, lo que posibilita alcanzar el equilibrio en un sistema de competencia perfecta, donde no existan pérdidas ni ganancias entre las partes.

Siguiendo su idea de valor basada en el concepto de rereté o utilidad intensiva (en reemplazo al término de utilidad marginal) de que las mercancías reflejan su valor de acuerdo a su grado de escasez, y de que, las acciones de los agentes para ofrecer servicios productivos y comprar productos se basan en el deseo de obtener la máxima satisfacción, introduce las relaciones marginales de Jevons a las condiciones del equilibrio. Mediante la notación formal de Walras, esta relación se expresa en la segunda condición para alcanzar el equilibrio:

II) La segunda condición de Walras indica que: “las utilidades marginales de los diferentes bienes y servicios son proporcionales a sus precios.” (Méndez 2004, 215)

a) Mercado de servicios productivos

$$\Phi_t(q_t - o_t) = p_t \Phi_a(d_a)$$

$$\Phi_p(q_p - o_p) = p_p \Phi_a(d_a)$$

$$\Phi_k(q_k - o_k) = p_k \Phi_a(d_a)$$

b) Mercado de productos acabados

$$\Phi_b(d_b) = p_b \Phi_a(d_a)$$

En el caso del mercado de los servicios productivos, $\Phi_t(q_t - o_t)$ representa el grado de utilidad marginal derivada del factor tierra en el intercambio, y $p_t \Phi_a(d_a)$ el precio de producir una unidad del bien “a” mediante el factor tierra. Aquí, la utilidad marginal designa la intensidad del último deseo satisfecho por cualquier cantidad consumida de servicio. Es decir, representa grado final de utilidad del empresario al consumir cualquier servicio productivo, en este caso, el factor tierra. Por otro lado, en el mercado de productos acabados, $\Phi_b(d_b) = p_b \Phi_a(d_a)$ representa la utilidad marginal derivada del uso del bien “b”. Es decir, el grado final de utilidad de los propietarios de los factores (tierra, capital y trabajo) al consumir determinado bien.

Como vemos, los fundamentos de Walras no estriban en las relaciones marginales para la determinación del valor como establece Jevons en su principio de equimarginalidad. En este punto, ya no se enfatiza en el concepto de utilidad marginal de un bien en términos de otro, para encontrar la máxima satisfacción o beneficio desde la demanda, sino que, se requiere de un modelo explicativo más complejo que resalte la mutua interdependencia de los agentes económicos para resolver el problema de la máxima satisfacción.

El principio de marginalidad del lado del productor

Un punto importante a señalar en el desarrollo de este modelo- que representa la fase ulterior del aporte de Jevons-, es que, por primera vez, las relaciones marginales explican la consecución de equilibrio desde el lado del productor en un mercado de competencia perfecta: la fuente principal de las acciones tanto de los propietarios de los factores (terratenientes, trabajadores, capitalistas) como del empresario, es la búsqueda del máximo beneficio a través del equilibrio.

En este modelo de economía pura, el empresario a pesar de que obtiene el máximo beneficio en el equilibrio, no percibe ni pérdidas ni ganancias, ya que en un escenario de ganancias o pérdidas, los productores ampliarán o disminuirán su producción hasta que se reduzcan las diferencias entre pérdidas y ganancias. Sin embargo, al considerar que los empresarios se comportan como compradores de los diferentes servicios productivos, en el mercado de economía real; este alquila a los propietarios los diferentes servicios productivos (T, K, T), por lo que, al alquilar y no ser propietario de los mismos, no puede recibir salarios ni intereses por sí mismo (Misaki, 2018). De esta forma, al producir las mercancías, el beneficio que la producción de estas le proporciona, se explica por la compra de servicio o el uso de los recursos, no por el recurso en sí mismo. Lo que implica que, el empresario -que hasta ahora no juega el rol de capitalista- no compre el recurso trabajo (si nos referimos a T), sino sus réditos en la medida en que el propietario de este recurso -es decir, el trabajador- lo permita.

En defensa de esta visión irreal de la Economía, en su obra posterior *Estudios de Economía Social* (1896), explica que las ganancias o *bénéfices* obtenidas por el empresario no pueden obtenerse de la explotación, porque existe reciprocidad entre ganancias y pérdidas. Walras (1990) argumenta que:

En una sociedad racional, sin propiedad de la tierra y sin monopolios, el capital individual generalmente puede resultar solo de ahorros individuales, es decir, un exceso de salarios sobre el consumo; no son el resultado de una exacción de los

empresarios ni de los propietarios de los servicios al productor ni de los compradores de productos, ya que los riesgos de ganancias y los riesgos de pérdida de estos empresarios son correlativos y, si hacen inventos y refinamientos, en última instancia, influir. (p.205)

Bajo este argumento, y basándose en las herramientas teóricas de su economía pura, Walras sentó las bases para demostrar una eficiencia del intercambio en la competencia perfecta, a pesar de sus limitaciones e inaplicabilidad de sus presupuestos a los problemas prácticos de la economía, que más tarde -a principios del siglo xx- Marshall perfeccionará en un modelo de equilibrio parcial a partir de los conceptos de productividad marginal decreciente o costes crecientes para dar alternativas al tratamiento de los problemas de mercados imperfectos.

“A partir de este punto comenzó un vasto movimiento teórico cuya tarea resultó ser la de ampliar las mismas fórmulas a todas las ramas del análisis económico.” (Barragán 2002, 18) Al desarrollarse una teoría matemática del intercambio que justifique el valor en términos de utilidad, en correspondencia a las teorías subjetivas de Jevons y Menger mediante la formalidad del cálculo, la economía política, pasó a la adopción formal de los criterios del cálculo como: las funciones continuas para representar funciones de utilidad, el principio de marginalidad y el uso de derivadas parciales para la optimización de las empresas (Barragán 2002) y, posteriormente a la introducción del *principio de maximización* que puede definirse como “aquella posición óptima dentro de un conjunto de posibilidades, que asigne el mayor valor posible a su maximizando” (Méndez 2004, 29)

El principio de equimarginalidad de Jevons, es la versión coloquial de este concepto de maximización de beneficios, pero es la primera aproximación a un modelo económico alternativo a la escuela clásica, cuyo cuerpo teórico trataba implícitamente la libertad de mercado basado en la maximización de los individuos (largo plazo), no en un modelo que explique el beneficio del productor, en tanto que con el modelo de intercambio de Walras, el marginalismo enfatiza en las asignaciones eficientes (corto plazo). Por tanto, al dar un tratamiento alternativo a las nociones de valor e intercambio

clásicas mediante herramientas analíticas, el principio de maximización se adopta como un concepto fundamental en la teoría económica.

En el enfoque microeconómico, un mercado de competencia perfecta en que los tomadores de decisión toman el precio como dado, las empresas tratan de lograr el máximo de sus beneficios en términos marginales mediante la asignación de recursos que determinará, si sus ingresos marginales son superiores o inferiores a sus costos marginales, es decir, su beneficio o pérdida. En el nivel de producción que maximiza los beneficios, el ingreso marginal y el costo marginal son exactamente iguales. [...] Debido a que una empresa competitiva es tomadora de precios, su ingreso marginal es igual al precio de mercado. Para cualquier precio dado, la cantidad que maximiza los beneficios de una empresa competitiva se encuentra en la intersección del precio con la curva de costo marginal (Mankiw 2017, 284). De esta manera, a cualquier nivel de producción, las empresas realizan ajustes incrementales para maximizar su beneficio.

Empero, como refiere Méndez (2004), esta condición de equilibrio presenta problemas de compatibilidad con la condición de competencia perfecta a largo plazo, cuando los rendimientos crecientes de escala se perpetúan hasta dar origen a los monopolios. En estas condiciones, las empresas obtienen ciertas ventajas en cuanto la fijación de precios, y la maximización del beneficio se da mediante discriminación de precios. En este caso, a diferencia de la empresa competitiva, el monopolio maximiza sus utilidades igualando sus costos marginales con su ingreso marginal (Pérez y Bergez 2019).

El principal crítico de la escuela marginalista es Piero Sraffa (1966), que en virtud de la naturaleza asimétrica de este modelo, analiza las leyes de rendimientos crecientes y decrecientes que Marshall establece para explicar la formación de precios en mercados monopolistas, y concluye en desacuerdo con los postulados marginalistas, que el método marshalliano para mercados imperfectos, engaña los procesos de formación de precios. De acuerdo a Sraffa, el supuesto de rendimientos de escala, provoca que ciertas empresas multipliquen sus beneficios, mientras que otras no, por lo

que, propone un método alternativo que excluye los supuestos de rendimientos constantes, el equilibrio general y competencia imperfecta.

Fiorito (2007) resume los puntos más importantes de Sraffa de la siguiente manera: Al renunciar al supuesto de rendimientos de escala, los precios se determinan por los niveles dados de producción, es decir por las cantidades, sin necesidad, de recurrir a variaciones marginales como sustenta la teoría marginalista. Por otro lado, rechaza la noción de costes de oportunidad de Menger y lo sustituye por los costes físicos para determinar las cantidades de producción, de esta forma, los precios no dependen de la oferta y la demanda. En consecuencia, al no existir equilibrio parcial o general en competencia marginalista en que las empresas modifican su precio, su método involucra igualdad del tipo de beneficio para todo el sistema.

Posteriormente, las obras de autores de diferente corriente del pensamiento económico como Arrow y Hall (1970), Rawl (1971), Sen (1989), North (1993), amplían los argumentos de la ineficiencia del equilibrio parcial y las configuraciones oligopólicas que perpetúan la desigualdad. Así, la oferta y la demanda de cada uno de los mercados tienen distinto grado de flexibilidad frente a la variación de sus respectivos precios monetarios. Develar estas ineficiencias, permite comprender la no neutralidad del dinero que formulan los economistas a lo largo de la historia de la ciencia económica (Peláez 2018).

METODOLOGÍA

El principio de marginalidad o análisis marginal que aplicaron Jevons, Menger y Walras a sus respectivas teorías del intercambio, es la versión económica del concepto matemático de diferencial o derivada, en el que la marginalidad o el concepto de última unidad, expresan las variaciones de una variable, ante aumentos infinitesimales de otra. En economía, el análisis marginal, es el uso de la derivada como herramienta principal para estimar las variaciones que experimenta una función relacionada al (ingreso, costo, utilidad, producción) al incrementar en una unidad la variable independiente (García. Et al, 2011).

Siguiendo la notación de Hoffman et al.(2014) a partir del concepto de derivada: si tenemos la función lineal $y = f(x)$, donde y depende de x o $\frac{\partial y}{\partial x}$.La razón de cambio promedio se define por $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ que es el cociente entre los incrementos de y con respecto a x , cuando x varía de $x = c$ a $x = c + h$, y se expresa mediante la siguiente relación:

$$Razón_{promedio} = \frac{f(x+h)-f(c)}{h}$$

Donde h representa el incremento de la variable independiente.

De la expresión anterior, se obtiene la definición de función de derivada, cuando la razón de cambio se obtiene mediante el limite del cociente incremental cuando h se aproxima a 0 .

La derivada de $f(x)$, está dada por:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(c)}{h}$$

Y se dice que $f(x)$ es derivable en $x = c$, si $f'(x)$ existe. Y, si una función es derivable en $x = c$, entonces también continua en $x = c$.

Siguiendo la definición de que “el análisis marginal es el uso de la derivada, para aproximar el cambio resultante en la cantidad, como resultado del incremento de una unidad producida.” (Hofmann et al., 2014, p. 221) La utilidad marginal de una función se puede representar mediante la siguiente expresión:

$$P'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(x+h) - P(x)}{h}$$

Por ejemplo, si $P(x)$ es la utilidad total de producir x unidades, entonces, su utilidad marginal es $P'(x)$, que sirva a estimar la utilidad adicional $U(x+h) - U(x)$ en la que se incurre, cuando el nivel de producción se incrementa en una unidad, de x a $x+1$

Nos remitimos al al concepto de límite, porque $P'(x)$ es una aproximación de $\frac{P(x+h) - P(x)}{h}$, que es la utilidad adicional obtenida por la producción de una unidad más.

Si la utilidad generada para un determinado nivel de producción está dada por:

$$P(x) = -0.035x^3 + 0.07x^2 + 25x - 200$$

Cúal es la utilidad marginal cuando se producen 12 unidades?

$$P'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-0.035(x+h)^3 + 0.07(x+h)^2 + 25(x+h) - 200] - [-0.035x^3 + 0.07x^2 + 25x - 200]}{h}$$

$$P'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} 0.0105x^2 + 0.0035h^2 + 0.0105x + 0.07h + 0.14x + 25$$

$$P'(x) = 0.0105x^2 + 0.14x + 25$$

Cuando $P'(12) = 28.19$. Esto indica: que un incremento de una unidad en la producción de 12 a 13, aumenta la utilidad en aproximadamente 28.19 dólares.

Sin embargo, como establece Purcell E. et al. (2007), el proceso de encontrar la derivada de funciones más complejas a partir de la definición de límite puede

reemplazarse utilizando la notación $\frac{d}{dy}$ o $D_x f(x)$ mediante las diferentes herramientas de derivación, para expresar lo mismo que la definición de límite.

Derivadas parciales para funciones de dos variables

De la misma manera en que se expresa el concepto de derivada para una función de una variable, para funciones de dos variables aparece también el concepto de marginalidad. Para este caso representa la variación de una de las variables económicas, cuando otra se mantiene constante (Úbeda 2019). Esto permite determinar funciones de costo, ingreso, utilidad para determinar los incrementos en la utilidad por la variación de precios en la producción de dos mercancías.

Ahora suponiendo que f es una función lineal de dos variables x y y , su función es $z = f(x, y)$. Si y se mantiene constante, la derivada parcial de f o (z) con respecto a x está dada por $f_x(x, y)$ o $\frac{\partial z}{\partial x}$. De manera análoga, la derivada parcial de f con respecto a y , se expresa mediante $f_y(x, y)$ o $\frac{\partial z}{\partial y}$ (Haeussler E. y Paul R., 2015, 751).

Donde:

$\frac{\partial z}{\partial x}$ o es la razón de cambio de z con respecto a x cuando y es fija.

$\frac{\partial z}{\partial y}$ es la razón de cambio de z con respecto a y cuando x es fija.

Maximización de una función con dos variables

Para que la función de dos variables $z = f(x, y)$, tenga un máximo o un mínimo relativo, la primera condición que debe cumplirse es que: $\frac{\partial z}{\partial x} = 0$ y $\frac{\partial z}{\partial y} = 0$. Es decir, la función debe estar en un punto estacionario con respecto a los cambios en ambas variables. Por definición: z tiene un máximo o un mínimo relativo en (a, b) , si (a, b) es una solución del sistema $\begin{cases} f_x(x, y) = 0 \\ f_y(x, y) = 0 \end{cases}$, donde (a, b) para el cual $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$

se llama punto crítico de f . Los cuales permitirán localizar los extremos relativos. (Haeussler y Paul 2015, 770)

Como vemos, la determinación de los puntos críticos requiere de la solución de sistemas de ecuaciones simples, sin embargo, para aplicaciones con funciones más complejas requerimos de una prueba de segunda derivada definida por: $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right) \cdot \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right)^2 > 0$ o $P(x,y) = f_{xx}(x,y)f_{yy}(x,y) - (f_{xy}(x,y))^2$ para la función de utilidad.

Utilizando los algoritmos de optimización de Jusufi et al. (2019) el proceso se resume en dos pasos:

1. Resolver $\begin{cases} f_x(x,y)=0 \\ f_y(x,y)=0 \end{cases}$ para encontrar el punto estacionario (a,b).
2. Prueba de la segunda derivada para todo punto cercano al punto crítico.

Si $f_{xx} > 0$, $f_{yy} > 0$ y $f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2 > 0$ en (a,b), entonces la función $f(x,y)$ tiene un mínimo en el punto (a,b).

Si $f_{xx} < 0$, $f_{yy} < 0$ y $f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2 > 0$ en (a,b), entonces la función $f(x,y)$ tiene un máximo en el punto (a,b).

$f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2 < 0$ en (a,b), entonces la función tiene un punto de silla en (a,b).

RESULTADOS

Caso Práctico aplicado a la materia de Métodos Cuantitativos I

Un dueño de una empresa vende dos productos, siendo su utilidad:

$$P(x,y) = (x - 30)(70 - 50x + 4y) + (y - 40)(80 + 6x - 7y)$$

Centavos, donde x es el precio unitario del segundo producto y y el precio unitario del primer producto. Actualmente el primer producto se lo vende a \$50 centavos y el segundo a 52. Utilice el análisis marginal para estimar el cambio resultante en la utilidad diaria si el tendero sube el precio del segundo producto en 2 centavos por unidad manteniendo igual el precio del primer productor.

$$P(x,y) = (\text{utilidad del producto 1}) + (\text{utilidad del producto 2})$$

$$P(x,y) = (x - 30)(70 - 5x + 4y) + (y - 40)(80 + 6x - 7y)$$

$$P(x,y) = (70x - 5x^2 + 4xy - 2100 + 150x - 120y) +$$

$$(80y + 6xy - 7y^2 - 3200 - 240x + 280y)$$

$$P(x,y) = (-5x^2 + 4xy + 2010 + 220x - 120y) +$$

$$(-7y^2 - 6xy - 3200 - 240x - 360y)$$

$$P(x,y) = -5x^2 + 10xy - 7y^2 - 20x + 240y - 5300$$

La expresión que modela la utilidad marginal es:

$$\partial P = (P_x) \partial x + (P_y) \partial y$$

Donde P_x y P_y son las derivadas parciales de la función de utilidad:

$$P_x = -10x + 10y - 20$$

$$P_y = -10x + 14y - 240$$

Reemplazamos:

$$\partial P = (-10x + 10y - 20) \partial x + (10x - 14y + 240) \partial y$$

Si tenemos que:

$$x = 50 \quad y = 52$$

$$\partial x = 0 \quad \partial y = 2$$

$$\partial P = [-20 - 10(50) + 10(52)] \partial x + [10(50) - 14(52) + 240] \partial y$$

$$\partial P = 0 + 12(2)$$

$$\partial P = 24$$

Esto indica que: el incremento de 2 centavos en el precio del segundo bien (∂y) en (P_y), aumenta la utilidad diaria en aproximadamente 24 dólares.

Resolviendo $\begin{cases} f_x(x,y)=0 \\ f_y(x,y)=0 \end{cases}$ obtenemos (53, 55) que son los únicos puntos críticos en f .

Aplicando el criterio de segundas derivadas parciales:

$$P(x,y) = f_{xx}(x,y)f_{yy}(x,y) - (f_{xy}(x,y))^2$$

Tenemos que: $f_{xx} = 10$ $f_{yy} = -14$ $f_{xy} = 10$

Por tanto: $P(x,y) = 10 \cdot (-14) - (10)^2 = 40 > 0$

Por tanto, el precio que debería fijar el tendero a cada bien para obtener la máxima utilidad es de 40 ctvs.

CONCLUSIONES

En la economía pura de Jevons, Menger y Walras, las mercancías tienen un valor para las personas, no solo porque los bienes tienen una utilidad directa, sino por su cualidad de ser intercambiables por servicios adquiridos, pero este valor se determina a partir de relaciones marginales que se establecen entre las partes. Así, los marginalistas justifican el valor de una mercancía, por la última unidad consumida o último grado de intensidad o satisfacción, no por sus cualidades intrínsecas como fundamenta la escuela clásica. La adopción de este método implica que la formación de precios esté determinada por el comportamiento de los tomadores de decisión en términos del último grado de utilidad, de forma que, no existe causalidad entre precios y cantidades, y el equilibrio se da por la mutua interdependencia de las variables económicas en competencia simétrica.

La conclusión de Jevons, de que la relación de las cantidades intercambiadas debe ser igual al inverso de sus respectivos grados de utilidad, consolida las bases del método en la ciencia económica y el primer acercamiento a una teoría explicativa del intercambio en el marginalismo, por esta razón, se considera a ley de la utilidad marginal como la base de la teoría subjetiva del valor. El análisis de las relaciones marginales en la teorías de Menger, no son equivalentes a las teorías de Jevons y Walras, debido a que no se expresan mediante herramientas analíticas como los supuestos de continuidad e infinitesimal que se utilizan en el principio de equimarginalidad y modelo de equilibrio, pero desarrolla las proposiciones de la Segunda Ley de Gossen para introducir la Ley de Imputación mediante el concepto de coste de oportunidad. Esto puede dar una explicación plausible acerca de cómo a partir de las nociones subjetivistas heredadas del utilitarismo se desarrollaron los principios marginalistas aun prescindiendo de los procesos analíticos como el cálculo diferencial, por lo tanto, los conceptos marginalistas sustentados en Menger no se derivan de los avances en el método científico.

Mientras que, el equilibrio económico que descubre Walras, no atenta contra las leyes del cálculo diferencial, sino que se ajusta a estas. De esta manera, donde los

economistas clásicos hallan excedentes de beneficios, Walras ve relaciones de intercambio simétricas en las que ambas partes están destinadas a la obtención de la máxima satisfacción: el productor obtiene ganancias por su incapacidad para interferir en los precios, dado su rol de comprador de servicios productivos, no de propietario. En consecuencia, lo que se deriva de la consecución de esta teoría del equilibrio del lado del productor, y su posterior desarrollo, que se consolida con los modelos económicos a corto plazo de Marshall, es la introducción del enfoque de maximización de beneficios de las empresas (beneficio, coste, utilidad marginal) y el concepto de sustitución (o relación marginal de sustitución). Esto posibilita que en un mercado racional, mediante el aparato matemático del cálculo diferencial basado en los supuestos de continuidad y diferenciabilidad de las funciones económicas, el comportamiento del *homo economicus*, se justifique por la búsqueda de ese *máximo beneficio*.

REFERENCIAS

- Barragán, Manuel. 2002. "*Economía y matemáticas: productividad, trabajo y distribución de la renta: un estudio crítico*" Tesis de Doctorado, Universidad Complutense de Madrid.
- Blaug, Mark. 1997. *Teoría Económica en Retrospección*. Cambridge University Press.
- Fiorito, Alejandro. 2007. "*La implosión de la economía neoclásica.*" Edición en PDF.
- Gámez, Manuel, y Manuel Úbeda. 2019. "*Matemáticas aplicadas a la Economía.*" Universidad de Almería. Cap. 6.
- García, Luis, Mar Moreno, E. Badillo y C. Azcárate. 2011. "*Historia y aplicaciones de la derivada en las ciencias económicas: Consideraciones didácticas.*" *Economía*: 137-171.
- Haeussler, Ernest, Richard Paul y Richard Wood R. 2015. *Matemáticas para administración y economía*. México, D.F.: Pearson.
- Hoffmann, Laurence, Gerard Bradley, Dave Sobecki., Michael Price y Salvador Sandoval. 2011. *Matemáticas aplicadas a la administración y los negocios*. México, D.F.: McGraw Hill Education.
- Jevons, Stanley. 2012. *Teoría de Economía Política*. San Bernardo: Forgotten Books.
- Jusufi, Azir, Bukurie Imeri-Jusufi, Flamure Sadiki y Faton Kabashi. 2019. "Optimization of economic functions with two variables" *EasyChair*: no. 1678. 1-11.
- Maloney, John. 1985. *The professionalization of economics: Alfred Marshall and the dominance of orthodoxy*. New Jersey: Transaction Publishers.

- Mendez, Fernando. 2004. *Marginalistas y Neoclásicos*. Madrid: Síntesis.
- Menger, Carl. 2007. *Principios de Economía*. Auburn: Ludwig von Mises Institute.
- Misaki, Kayoko. 2018. "Léon Walras on the Worker-Entrepreneur." *Entrepreneurship, knowledge and employment*: 1-14.
- Moscatti, Ivan. 2019. *Measuring Utility: From the Marginal Revolution to Behavioral Economics*. Oxford University Press.
- N. Gregory Mankiw. 2017. *Principios de Economía*. Santa Fe: Cengage Learning.
- Ning, Ding. 2016. "Rethinking the "Marginal Revolution" in the History of Economic Thought. A Brief Examination of the Marginal Utility Theory before and in the 1870s" Tesis de grado. University of Denver.
- Peart, Sandra. 1996. "The economics of W.S. Jevons" London: Routledge.
- Peláez, José. 2018. "Inconsistencia del equilibrio parcial en la teoría del valor y su consistencia macroeconómica." *Economía: Teoría y Práctica*: 9-38.
- Peréz y Berges. 2019. "Discriminación de precios en el monopolio: resolución de un caso aplicado y explicación acerca de la demanda e ingreso marginal del monopolista discriminador de tercer grado." *Microeconomía I*: 1-15
- Purcell, Edwin, Dale Varberg y Steven Rigdon. 2007. *Cálculo*. México, D.F.: Pearson.
- Sraffa, Piero. 1966. *Producción de mercancías por medio de mercancías*. Barcelona: Oikos-Tau.

Stavisky, Sebastián. 2018. "La teoría subjetiva del valor como fundamento de la figura del empresario en la obra de Hayek." *Entramados y Perspectivas. Universidad de Buenos Aires*: Vol. 8 no. 8, 427-449.

Walras, Leon. 2003. *Elementos de Economía Pura*. London: Routledge.

Walras, León.1990. *Estudios de Economía Social*. París: Economica.

ANEXO

Notación. Equilibrio de Walras

$P_t \cdot P_p \cdot P_k$: representan los precios de los diferentes tipos de servicios productivos

$P_a \cdot P_b \cdot P_c$: representan los precios de los diferentes bienes de consumo

$q_t \cdot q_p \cdot q_k$: representan las dotaciones correspondientes a los distintos servicios productivos

$o_t \cdot o_p \cdot o_k$: representan los diferentes servicios productivos ofrecidos.

$d_a \cdot d_b \cdot d_c$: representan las cantidades demandadas de los productos acabados