



UTMACH

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

MÉTODO MATRICIAL DE RIGIDEZ APLICADO A LA RESOLUCIÓN DE
PÓRTICOS PLANOS

LUCIN ESPINOZA EDWIN JHON
INGENIERO CIVIL

MACHALA
2019



UTMACH

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

MÉTODO MATRICIAL DE RIGIDEZ APLICADO A LA
RESOLUCIÓN DE PÓRTICOS PLANOS

LUCIN ESPINOZA EDWIN JHON
INGENIERO CIVIL

MACHALA
2019



UTMACH

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

EXAMEN COMPLEXIVO

MÉTODO MATRICIAL DE RIGIDEZ APLICADO A LA RESOLUCIÓN DE PÓRTICOS
PLANOS

LUCIN ESPINOZA EDWIN JHON
INGENIERO CIVIL

PANTOJA AGUACONDO DAVID ELOY

MACHALA, 23 DE AGOSTO DE 2019

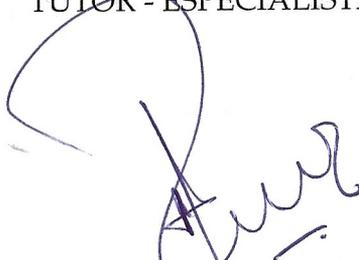
MACHALA
23 de agosto de 2019

Nota de aceptación:

Quienes suscriben, en nuestra condición de evaluadores del trabajo de titulación denominado MÉTODO MATRICIAL DE RIGIDEZ APLICADO A LA RESOLUCIÓN DE PÓRTICOS PLANOS, hacemos constar que luego de haber revisado el manuscrito del precitado trabajo, consideramos que reúne las condiciones académicas para continuar con la fase de evaluación correspondiente.



PANTOJA AGUACONDO DAVID ELOY
0702321191
TUTOR - ESPECIALISTA 1



CARRION ROMERO LEYDEN OSWALDO
0703989962
ESPECIALISTA 2



ZARATE ENCALADA JOSE MARCELO
0701790057
ESPECIALISTA 3

Fecha de impresión: viernes 23 de agosto de 2019 - 12:11

Urkund Analysis Result

Analysed Document: Lucin_Edwin_FIC_UTMACHALA_Complexivo.docx (D54805884)
Submitted: 8/14/2019 1:03:00 AM
Submitted By: elucin_est@utmachala.edu.ec
Significance: 7 %

Sources included in the report:

UCHUARI MAZA JENNY.pdf (D29671031)

Instances where selected sources appear:

2

CLÁUSULA DE CESIÓN DE DERECHO DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO DIGITAL INSTITUCIONAL

El que suscribe, LUCIN ESPINOZA EDWIN JHON, en calidad de autor del siguiente trabajo escrito titulado MÉTODO MATRICIAL DE RIGIDEZ APLICADO A LA RESOLUCIÓN DE PÓRTICOS PLANOS, otorga a la Universidad Técnica de Machala, de forma gratuita y no exclusiva, los derechos de reproducción, distribución y comunicación pública de la obra, que constituye un trabajo de autoría propia, sobre la cual tiene potestad para otorgar los derechos contenidos en esta licencia.

El autor declara que el contenido que se publicará es de carácter académico y se enmarca en las disposiciones definidas por la Universidad Técnica de Machala.

Se autoriza a transformar la obra, únicamente cuando sea necesario, y a realizar las adaptaciones pertinentes para permitir su preservación, distribución y publicación en el Repositorio Digital Institucional de la Universidad Técnica de Machala.

El autor como garante de la autoría de la obra y en relación a la misma, declara que la universidad se encuentra libre de todo tipo de responsabilidad sobre el contenido de la obra y que asume la responsabilidad frente a cualquier reclamo o demanda por parte de terceros de manera exclusiva.

Aceptando esta licencia, se cede a la Universidad Técnica de Machala el derecho exclusivo de archivar, reproducir, convertir, comunicar y/o distribuir la obra mundialmente en formato electrónico y digital a través de su Repositorio Digital Institucional, siempre y cuando no se lo haga para obtener beneficio económico.

Machala, 23 de agosto de 2019



LUCIN ESPINOZA EDWIN JHON
0750213878

RESUMEN

La investigación presente detalla el proceso del método matricial de rigidez aplicado a la resolución de pórticos, el cual permite determinar los desplazamientos generados en la estructura debido a cargas externas. Mediante la aplicación de la metodología de investigación documental, se recopiló información de diversos artículos científicos y libros que permitieron el desarrollo del tema y la resolución del caso práctico propuesto.

La revisión bibliográfica de diversas fuentes permitió interpretar el caso desde diferentes contextos, a partir de estudios realizados por especialistas en la materia logrando comprender el tema desde un punto de vista internacional, nacional y local enfatizando la importancia del análisis estructural dentro de la ingeniería civil.

Para finalizar el documento se presenta el esquema de resolución donde se detalla paso a paso el método utilizado, las formulaciones necesarias y ecuaciones desarrolladas para el caso planteado, los resultados obtenidos son mostrados en tablas para facilitar la interpretación de los mismos. Mediante una revisión bibliográfica exhaustiva se evidenció la importancia de la realización del análisis estructural en ingeniería.

Palabras clave: Método de los desplazamientos directos, método de la rigidez, pórticos, estructuras, análisis estructural.

ABSTRACT

The present investigation details the process of the matrix rigidity method applied to the resolution of porches, which allows to determine the displacements generated in the structure due to external loads. Through the application of the documentary research methodology, information was collected from various scientific articles and books that enabled the development of the subject and the resolution of the proposed case study.

The bibliographic review of various sources allowed to interpret the case from different contexts, based on studies carried out by specialists in the field managing to understand the subject from an international, national and local point of view emphasizing the importance of structural analysis within civil engineering.

To finish the document is presented the resolution scheme detailing step by step the method used, the necessary formulations and equations developed for the case presented, the results obtained are shown in tables to facilitate the interpretation of them. A comprehensive bibliographic review demonstrates the importance of carrying out structural analysis in civil engineering.

Keywords: Direct displacement method, stiffness method, porches, structures, structural analysis.

1. ÍNDICE

RESUMEN	7
ABSTRACT.....	8
1. ÍNDICE	9
1. INTRODUCCIÓN	11
1.1 Objetivo general.....	11
1.1.1 Objetivo específico.....	11
2. MARCO TEÒRICO.....	11
2.1 Análisis de estructura.....	12
2.2 Rigidez de un elemento estructural.....	12
2.2.1 Modelación de estructura.	12
3. MARCO METODOLÓGICO	13
3.1 Método de recolección de información.	13
4. DESARROLLO	14
4.1 Ecuación de equilibrio	14
4.2 Estados de cargas	14
4.3 Geometría de elementos estructurales	15
4.4 Enumeración de elementos y nudos; definiciones de grados de libertad.	16
4.5 Rigidez local	16
4.6 Matriz de rigidez.....	17
4.7 Vector de momentos de empotramiento perfecto en todas las barras.....	17
4.8 Vector de cargas en los grados de libertad (R)	18
4.9 Vector de cargas (Q).....	18
4.10 Desplazamientos	18
4.11 Cálculo de momentos en pórtico	18
4.11.1 Momento en los extremos de vigas y columnas.	18
4.11.2 Momento Máximo positivo en Vigas.....	19
4.11.3 Cálculo de esfuerzo cortantes	19
5. RESULTADOS.....	21
6. CONCLUSIÓN.....	21
7. BIBLIOGRAFÍA	22
8. ANEXOS	23

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 distribución de área colaborante y cargas.....	15
Ilustración 2 enumeración de elementos y grados de libertad	16
Ilustración 3 Detalle de liberación de nodos en giro y desplazamiento.....	17
Ilustración 4 momento en Empotramiento para carga trapezoidal	17

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO A: DISTRIBUCIÓN DE CARGAS	23
ANEXO B: PÓRTICO BAJO ESTADO DE CARGA MUERTA.	24
ANEXO C: PÓRTICO BAJO ESTADO DE CARGA VIVA.	25
ANEXO D: ENUMERACIÓN DE ELEMENTOS, NUDOS Y GRADOS DE LIBERTAD	26
ANEXO E: CÁLCULO DE RIGIDECES DE VIGAS Y COLUMNAS.	27
ANEXO F: LIBERACIÓN DE NUDOS (GIROS Y DESPLAZAMIENTOS).....	28
ANEXO G: MATRIZ DE RIGIDEZ DEL PÓRTICO	29
ANEXO H: CALCULO DE MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO EN CADA BARRA.....	30
ANEXO I: VECTOR DE CARGAS.....	31
ANEXO J: VECTOR DE DESPLAZAMIENTO.....	32
ANEXO K: CALCULO DE MOMENTOS EN LOS EXTREMO VIGAS (CARGA MUERTA)..	33
ANEXO L: MOMENTO MAXIMO POSITIVO EN VIGAS (CARGA MUERTA).	34
ANEXO M: CALCULO DE MOMENTOS EN COLUMNA (CARGA MUERTA)	35
ANEXO N: CALCULO DE CORTATE EN VIGAS (CARGA MUERTA)	36
ANEXO O: CALCULO DE CORTANTE EN COLUMNAS (CARGA MUERTA)	37
ANEXO P: DIAGRAMA DE MOMENTOS BAJO ESTADO DE CARGA MUERTA.....	38
ANEXO Q: DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES BAJO ESTADO DE CARGA MUERTA.....	39
ANEXO R: CALCULO DE MOMENTOS EN LOS EXTREMO VIGAS (CARGA VIVA)	40
ANEXO S: MOMENTO MÁXIMO POSITIVO EN VIGAS (CARGA VIVA)	41
ANEXO T: CALCULO DE MOMENTOS EN COLUMNAS (CARGA VIVA).....	42
ANEXO U: CALCULO DE CORTANTE EN VIGAS (CARGA VIVA)	43
ANEXO V: CALCULO DE CORTANTE EN COLUMNAS (CARGA VIVA).....	44
ANEXO W: DIAGRAMA DE MOMENTO BAJO ESTADO DE CARGA VIVA.	45
ANEXO X: DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES BAJO ESTADO DE CARGA VIVA. ..	46

1. INTRODUCCIÓN

El análisis y diseño de estructuras es elemental en el campo de la ingeniería Civil y por lo tanto para una sociedad que mantiene un ritmo de crecimiento estructural muy acelerado, es necesario ingeniar nuevas metodologías constructivas para la arquitectura moderna y mediante el correcto análisis estructural es posible edificar lo que hace muchas décadas hubiera sido impensable [1].

El análisis estructural se refiere al uso de métodos matemáticos para determinar la resistencia y posibles problemas que puedan afectar la infraestructura; además permite estimar las cargas que soporta la estructura. En el análisis de estructuras de países con condiciones climáticas extremas es necesario incluir el viento como una fuerza horizontal que influye en el diseño estructural; para esto es fundamental verificar cada factor que intervenga en el desempeño normal de la estructura, en algunos países como Cuba es fundamental incluir esta carga en el diseño y análisis estructural [2]

Es fundamental tomar en cuenta el lugar donde se desarrollará la estructura porque las condiciones climáticas pueden influir en la construcción y mantenimiento de la misma; por lo cual se debe realizar un análisis estructural correspondiente al lugar donde desempeñará durante su vida útil; además de respetar las condiciones de diseño, las mismas que deben cumplir las normas nacionales e internacionales. [3]

Cuando se realiza la evaluación del comportamiento de una estructura se debe considerar el método más adecuado dependiendo del caso que será analizado. Para la resolución de este pórtico se utilizará el método de la rigidez que permite analizar de una manera más integral y sistemática el comportamiento estructural del mismo. [4]

1.1 Objetivo general

Resolver un ejercicio de pórtico plano, mediante el método matricial de rigidez para obtener el conjunto de soluciones de fuerzas y desplazamientos resultantes de los estados de cargas propuestos.

1.1.1 *Objetivo específico*

- Aplicar el método de rigidez para la resolución del pórtico plano.
- Determinar importancia del avance computacional para el análisis estructural.
- Elaborar el informe escrito acorde a la guía de titulación correspondiente al caso práctico propuesto del examen completo.

2. MARCO TEÒRICO

2.1 Anàlisis de estructura

En la actualidad son frecuentes las modificaciones en obras con valor històrico, teniendo como objetivo el mantenimiento de la infraestructura original y realizando pequeñas modificaciones que permitan la habitabilidad. Para lograr este objetivo de manera eficaz es necesario realizar un anàlisis estructural de la edificaci3n existente para diagnosticar y tomar la decisi3n adecuada para la rehabilitaci3n de la estructura [5].

El anàlisis estructural es primordial para diseànar cada elemento que forma parte de una obra de ingenierìa civil. Permite una correcta gesti3n de los materiales sin comprometer su desempeòno ante las cargas y evita la sobre dimensi3n de los elementos estructurales que aumentan el costo de la estructura innecesariamente manteniendo asì una relaci3n correcta entre la seguridad y economìa. [6]

Aunque los mètodos de anàlisis estructural han presentado una evoluci3n constante, continúan presentándose con frecuencia problemas estructurales en edificaciones, relativamente nuevas, despuès de un sismo, el àrea màs afectada son los p3rticos, debido a que no han sido realizados de manera adecuada y donde se evidencian irregularidades en su construcci3n, como armados mal hechos. Teniendo en cuenta lo mencionado se considera esencial realizar un anàlisis estructural para evitar fallas en la estructura o el colapso, pero tambièn se debe estudiar detenidamente los procesos constructivos que son los que determinaran el comportamiento final de la estructura, aunque se realice un correcto anàlisis estructural [7].

2.2 Rigidez de un elemento estructural.

La rigidez de un elemento corresponde a la relaci3n entre la fuerza y el desplazamiento es decir la rigidez representa la fuerza necesaria para que el elemento se desplace una unidad de longitud. [8]

2.2.1 Modelaci3n de estructura.

Aunque el càlculo matricial està pensado para generar operaciones, sistemas de ecuaciones o matrices que seràn resueltas mediante softwares computacionales, es responsabilidad fundamental del calculista realizar la modelaci3n matemàtica de la estructura analizada. Aunque el proceso de resoluci3n de operaciones sea el correcto si este no es modelado adecuadamente no responderà a la estructura real [9].

3. MARCO METODOLÓGICO

Dentro de la indagación es necesario seleccionar el método de investigación adecuado debido a que este permitirá alcanzar el objetivo deseado; el método seleccionado dependerá del objeto de estudio. A partir de los métodos de investigación se construye el conocimiento o mejora el ya existente [10] .

En la actualidad es frecuente que se realicen revisiones bibliográficas sobre muchos temas diversos, en donde se busca recopilar toda la información posible sobre un tema en específico y se evidencien su importancia o avances. Estas investigaciones emplean datos que fueron revisados con anterioridad por expertos y a partir de los documentos utilizados se podrá verificar si el problema del estudio tiene solución [11].

3.1 Método de recolección de información.

Para recopilar información necesaria para la resolución y sustentación del problema propuesto se utilizó el método de investigación documental el mismo que está orientado a recopilar información a partir de la revisión de documentos, estos pueden ser libros, artículos científicos y archivos. Para realizarla de manera adecuada se debe organizar la información de acuerdo con el objetivo planteado, teniendo en cuenta el autor, enfoque teórico o fecha de publicación [12].

4. DESARROLLO

En este apartado se describe el método matricial de rigidez empleado para la resolución de un pórtico plano de 4 vanos y 3 luces, sustentándose en la teoría del análisis estructural e información obtenida a través del método de investigación aplicado, para expresar de una manera más esquemática el contenido y proceso de resolución.

4.1 Ecuación de equilibrio

El método de rigidez parte de la ecuación de equilibrio presentada a continuación, para permitir el cálculo de los resultados del pórtico.

$$[K] * [D] + [V] = [R] \quad (1)$$

$$[D] = [K]^{-1} * [[R] - [V]]$$

$$[Q] = [[R] - [V]] \rightarrow \quad (2)$$

$$[D] = [K]^{-1} * [Q] \quad (3)$$

Donde:

[K]= Matriz de rigidez del pórtico.

[D]= Vector de desplazamientos.

[V]= Vector de momentos de empotramiento perfecto en todas las barras.

[R]= Vector de cargas en los grados de libertad

[Q]= vector de cargas.

4.2 Estados de cargas

La correcta distribución de cargas es fundamental en el modelo matemático del pórtico, la distribución debe ser tal que el pórtico modelado responda de la manera más precisa a las solicitaciones reales.

El pórtico será analizado bajo los siguientes estados de carga:

CARGA MUERTA (VER ANEXO B)

WD(cubierta)=500 kg/m²

WD(entre piso)=750 kg/m²

CARGA VIVA (VER ANEXO C)

$$WL=250 \text{ kg/m}^2$$

Las cargas distribuidas, en este caso, se consideran trapezoidales por la configuración de su distribución:

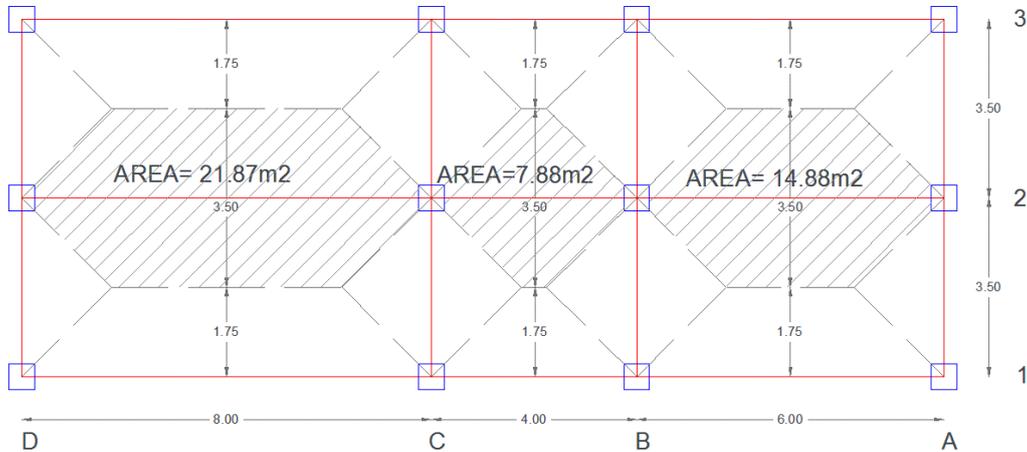


Ilustración 1 distribución de área colaborante y cargas.

Fuente: El Autor

4.3 Geometría de elementos estructurales

Conociendo las dimensiones de cada elemento podemos proceder al cálculo de Inercia tanto de viga como de columnas considerando la fórmula de inercia para una figura geométrica rectangular, a continuación, se muestra la geometría de cada elemento.

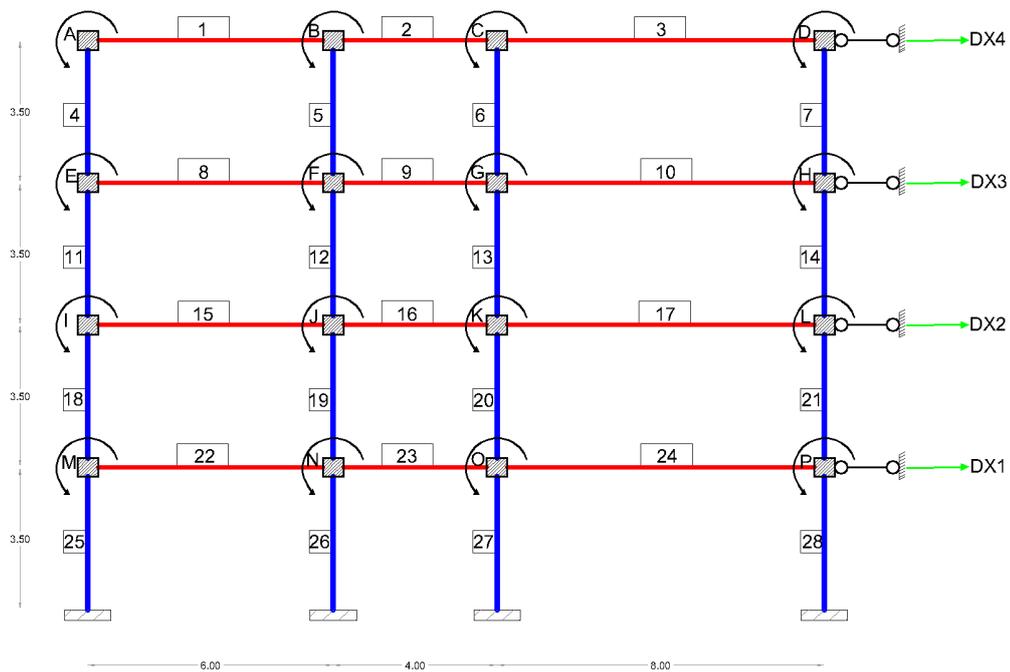
VIGAS				
# VANO	BASE	ALTURA	Nº	LONTIGUD
1	30 cm	60 cm	22-15	6.00 m
1	25 cm	50 cm	8-1	6.00 m
2	30 cm	60 cm	23-16	4.00 m
2	25 cm	50 cm	9-2	4.00 m
3	30 cm	60 cm	24-17	8.00 m
3	25 cm	50 cm	10-3	8.00 m

COLUMNAS				
# PISO	BASE	ALTURA	Nº	LONTIGUD
1	50 cm	50 cm	25-26-27-28	3.50 m
2	50 cm	50 cm	18-19-20-21	3.50 m
3	40 cm	40 cm	11-12-13-14	3.50 m
4	40 cm	40 cm	4-5-6-7	3.50 m

4.4 Enumeración de elementos y nudos; definiciones de grados de libertad.

Para aprovechar las propiedades matriciales del método de rigidez es necesario llevar un orden en el proceso de resolución del pórtico para ello enumeramos cada elemento y nudo, Esquematisando la estructura que facilitará el análisis y evitará errores en el proceso.

Además, presentamos los grados de libertad del pórtico analizando de izquierda a derecha y desde arriba hacia abajo considerando primero los giros y después los



desplazamientos generados. (VER ANEXO D)

Ilustración 2 enumeración de elementos y grados de libertad

Fuente: El Autor

4.5 Rigidez local

Para el cálculo de las rigideces en los elementos generados por el giro en el nudo liberado se utiliza las siguientes expresiones o formulas:

$$K = \frac{4EI}{L}; a = \frac{2EI}{L}; b = \frac{6EI}{L^2}; t = \frac{12EI}{L^3} \quad (\text{VER ANEXO E})$$

4.6 Matriz de rigidez

Una vez analizado cada nudo liberado, tanto en giros como desplazamientos, procedemos a crear la matriz de rigidez, (VER ANEXO G), identificando aquellas rigideces locales de los diferentes elementos estructurales que concurren al nudo, el análisis de cada nudo se presenta en el ANEXO F.

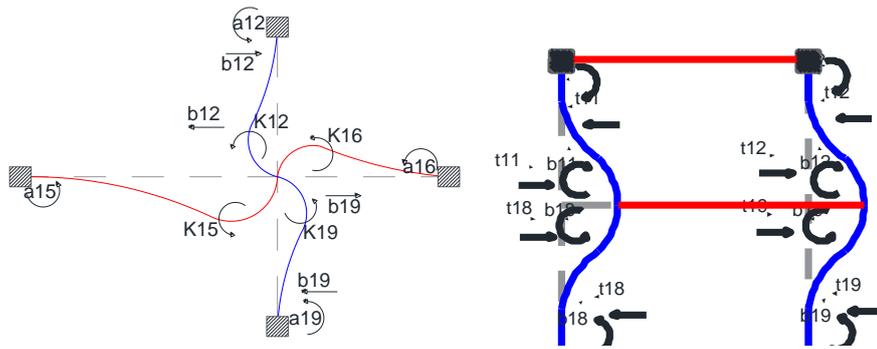


Ilustración 3 Detalle de liberación de nodos en giro y desplazamiento.

Fuente: El Autor

4.7 Vector de momentos de empotramiento perfecto en todas las barras

Para obtener las cargas procedentes de las barras (V) se considera cada viga como bi empotrada y se encuentra sus momentos de empotramiento perfecto en ambos extremos.

Debido al análisis de distribución de cargas, se procede a calcular los momentos de empotramiento perfecto para una carga trapezoidal distribuida en las vigas a través de la siguiente expresión:

$$M_{(IZQ,DER)} = \frac{q \cdot L}{96} \cdot (L + b) \cdot \left(5 - \frac{b^2}{L^2} \right) \quad (4)$$

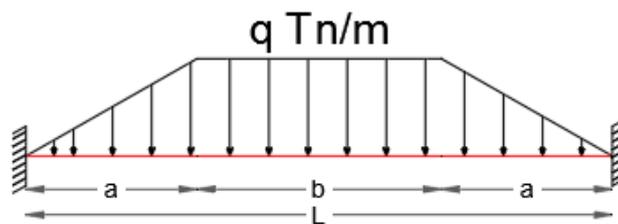


Ilustración 4 momento en Empotramiento para carga trapezoidal

fuentes: El Autor

4.8 Vector de cargas en los grados de libertad (R)

El vector de cargas en nudos (R) lo obtenemos como respuesta a las cargas externas que puedan aplicarse al mismo, como pueden ser vigas en voladizo que se transfieren como cargas externas a los nudos para simplificar el proceso.

4.9 Vector de cargas (Q)

El vector Q corresponde a la diferencia entre el vector V Y R como se expresa a continuación, (VER ANEXO H).

$$[Q] = [[R] - [V]]$$

4.10 Desplazamientos

Con la ecuación de equilibrio del pórtico se procede encontrar el vector desplazamiento para la cual se utiliza la siguiente ecuación, (VER ANEXO I).

$$D = K^{-1} * Q \quad (5)$$

Donde:

D = desplazamientos

K^{-1} = matriz de rigidez inversa

Q = vector de cargas

4.11 Cálculo de momentos en pórtico

4.11.1 Momento en los extremos de vigas y columnas.

Una vez obtenido el vector desplazamiento o giros se procede a utilizar los mismos para el cálculo del momento en los extremos de cada elemento con las siguientes formulas, (VER ANEXO K & M):

$$M = MF + K\theta + a\theta' + bD$$

$$M' = M'F + a\theta + k'\theta' + bD$$

M: momento final en el extremo izquierdo de la barra.

Θ : giro en el extremo izquierdo de la barra.

M': momento final en el extremo derecho de la barra.

Θ' : giro en el extremo derecho de la barra.

D: desplazamiento relativo entre los extremos de los apoyos de la barra, perpendicular al eje de la misma. **MF:** Momento de empotramiento perfecto en el extremo izquierdo de la barra.

MF': Momento de empotramiento perfecto en el extremo derecho de la barra.

k: rigidez izquierda a flexión.

k': rigidez derecha a flexión.

a: Rigidez reciproca a flexión.

b: rigidez a la flexión desplazamiento en el extremo izquierdo de la barra

b': rigidez a la flexión desplazamiento en el extremo derecho de la barra

4.11.2 Momento Máximo positivo en Vigas

Por otro lado, para el cálculo de los momentos máximos positivos en las vigas debemos encontrar la ecuación de momento correspondiente a la configuración de cargas respectiva, para este caso se describe la ecuación de momento para una viga bi-empotrada con carga trapezoidal.

El momento máximo se produce en la longitud $x \geq a$ y $x \leq a+b$ de cada tramo, por lo que su ecuación característica es:

$$M(\max) = \frac{-q \cdot x^2}{2} + \left(\frac{a \cdot q}{2} + T_{izq}\right)x - \frac{a^2 \cdot q}{6} - M_{izq} \quad (6)$$

El momento es máximo cuando el cortante es cero, por lo tanto, se deriva la ecuación del momento para obtener la ecuación del cortante:

$$T = -q \cdot x + \left(\frac{a \cdot q}{2} + T_{izq}\right) \quad (7)$$

Igualando a cero la ecuación del Cortante y despejando el valor de X, entonces el valor de X característico es:

$$x = \frac{aq + 2T_{izq}}{2q} \quad (8)$$

Finalmente sustituyendo el valor de X la ecuación característica del Momento, obtenemos el valor de Momento máximo (VER ANEXO L).

4.11.3 Cálculo de esfuerzo cortantes

Con los momentos obtenidos analizamos el pórtico y a través de sumatorias de fuerzas obtenemos los esfuerzos cortantes producidos por las fuerzas aplicadas y los momentos generados en cada elemento.

a) Fuerza cortante en viga, (VER ANEXO N):

$$T_{izq} = \frac{M+M'}{L} + R_i \qquad T_{der} = \frac{M+M'}{L} + R_j \qquad (10)$$

Donde:

T izq/der: Cortante en el extremo izquierdo/derecho.

M: Momento en el extremo izquierdo de la viga.

M': Momento en el extremo derecho de la viga.

Ri: Reacción en el extremo derecho de la viga.

Rj: Reacción en el extremo izquierdo de la viga

L: Longitud de la viga.

b) Fuerza cortante en las Columnas, (VER ANEXO O):

$$T(\text{pie/cabeza}) = \frac{M+M'}{L} \qquad (11)$$

Donde:

M: Momento en el pie de la Columna.

M': Momento en la cabeza de la Columna.

L: Longitud de la columna.

5. RESULTADOS

Una vez aplicado el método de rigidez al pórtico plano de 4 pisos y 3 luces y analizarlo con sus 20 grados de libertad considerados, entre ellos, 16 giros y 4 desplazamientos, obtenemos los desplazamientos de cada elemento y sus respectivos momentos y fuerzas cortantes para el estado de carga muerta y carga viva como se detalla en los anexos respectivos.

Los diagramas de momento y cortante permiten interpretar de mejor manera el comportamiento del pórtico ante sus estados de carga y determinar en qué punto o en que elemento se encuentran las mayores sollicitaciones o momento máximo, (ver anexo P & Q).

Para la comprobación de resultados del análisis por el método de rigidez se utilizó el programa computacional ETABS que permite modelar la estructura y mostrar los resultados utilizando como principio el análisis del elemento finito, este es un método numérico muy utilizado en la ingeniería estructural para determinar los desplazamientos y fuerzas internas. El modelado de estructuras a través de ETABS tiene la ventaja de representar el pórtico de una manera más visual, sistemática y otorgando resultados más precisos y rápidos (ver anexo 3) [13].

6. CONCLUSIÓN

Se analizó un pórtico plano por el método de la rigidez encontrando así sus desplazamientos y fuerzas resultantes bajo los estados de carga viva y carga muerta. Mediante la metodología adquirida, en la cátedra de análisis matricial de estructuras, se logró llevar el proceso necesario para llegar a la comprensión y resolución del problema planteado en el caso práctico.

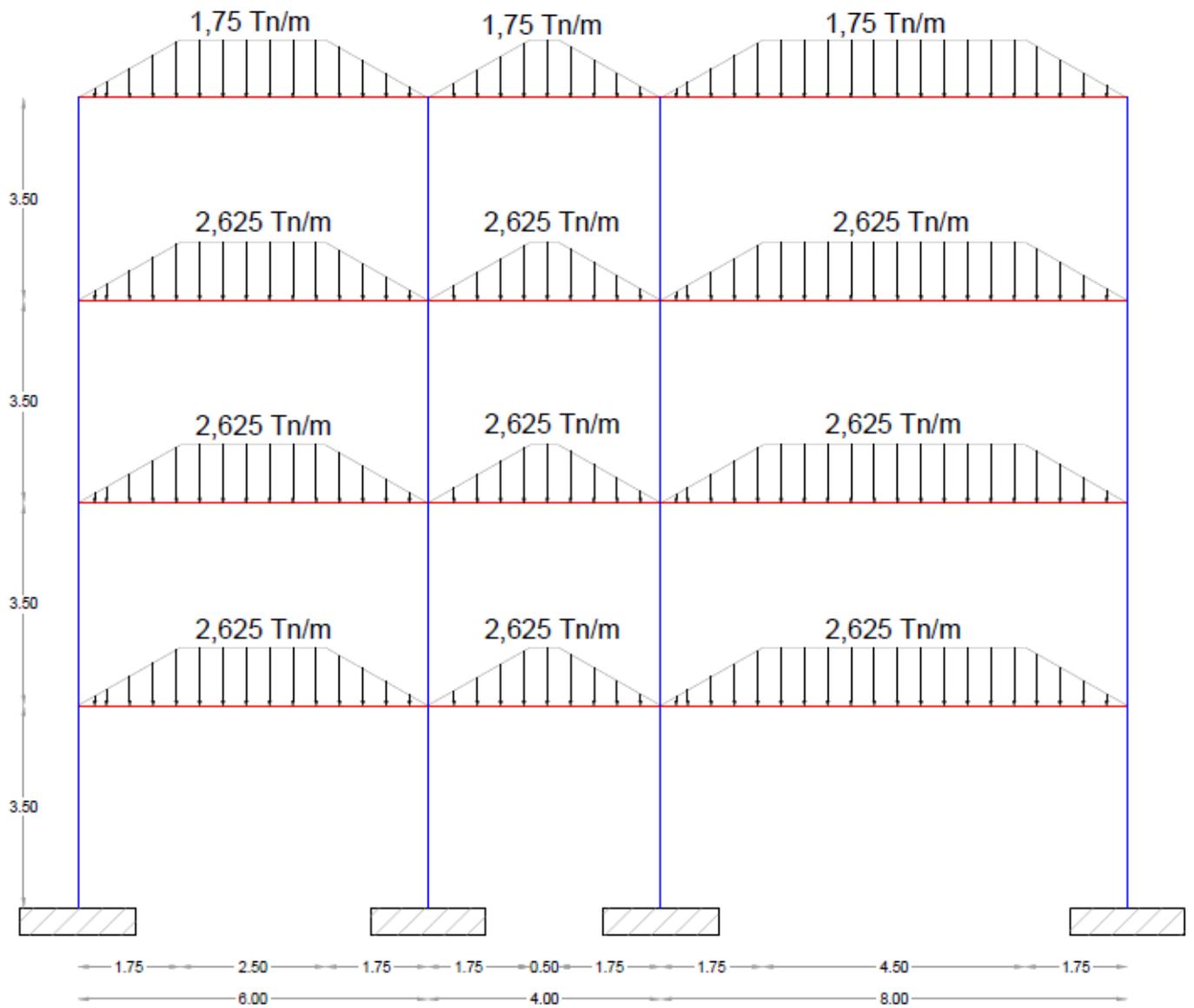
Podemos concluir que el método de rigidez es el producto de una larga evolución del análisis estructural, que gracias a los avances computacionales este ha logrado simplificar el proceso de análisis de cualquier tipo de estructura.

Muchos softwares en la actualidad, mediante el modelado de la estructura, permite obtener los resultados de la misma de una manera más rápida y gráfica sin embargo es esencial comprender los fundamentos del análisis de estructural para interpretar los resultados y tomar decisiones con el criterio profesional que ameriten las diferentes situaciones dentro de la ingeniería civil y estructural.

7. BIBLIOGRAFÍA

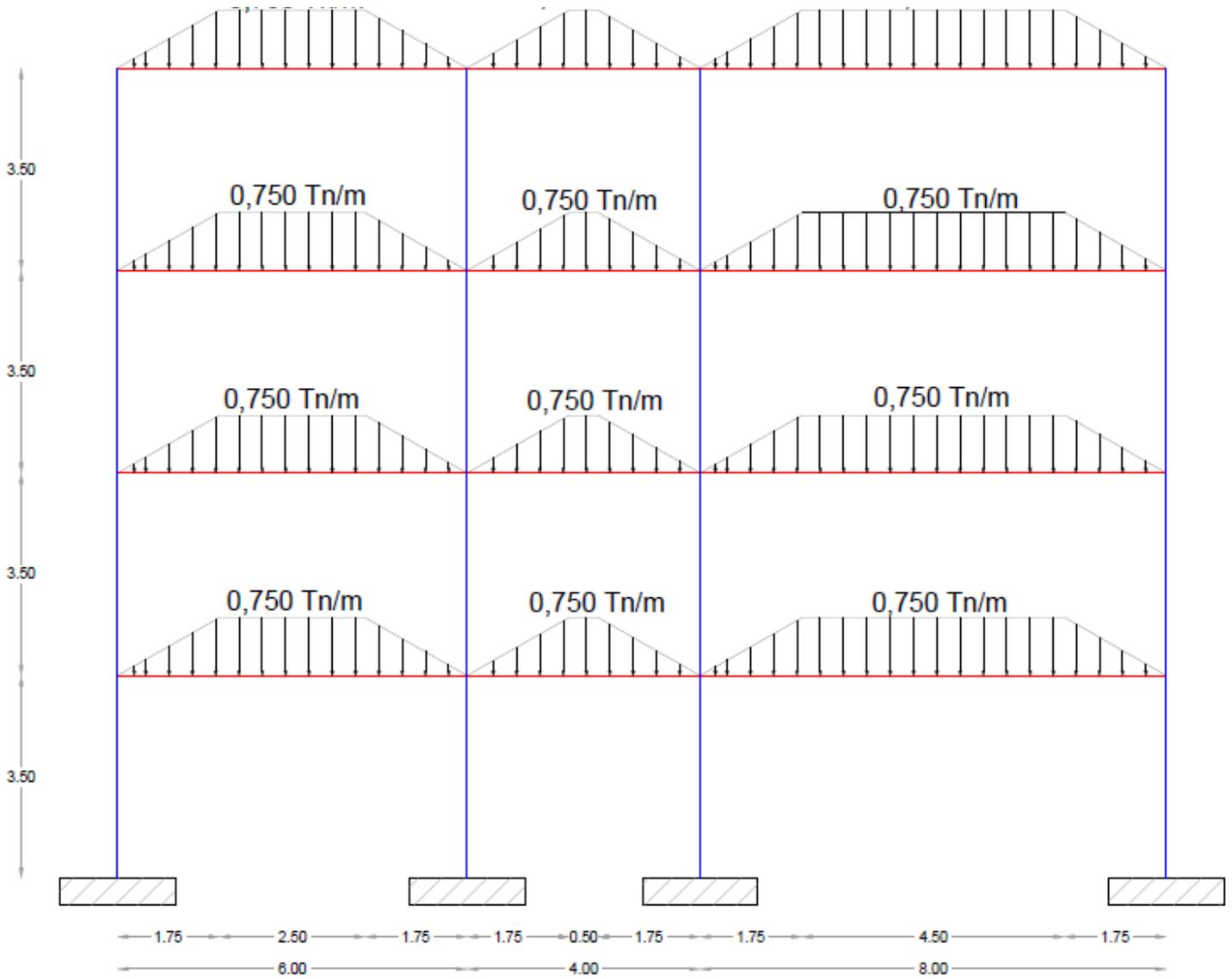
- [1] J. Medina, C. Billate, B. Caicedo, L. Yamin, J. Correal, N. Estrada y J. Rincón, «Riesgo sísmico, geotécnico y estructural. El caso de estudio de los edificios San Jerónimo de Yuste en Bogotá,» *Revista informes de la construcción*, pp. 1-13, 2018.
- [2] A. López, P. Martín y Á. Castañeda, «Respuesta Torsional de edificaciones bajo cargas de viento.,» *Revista de Arquitectura e Ingeniería*, pp. 1-13, 2018.
- [3] K. Van Breugel y T. Van Beek, «Envejecimiento de estructuras de concreto antiguas y modernas - Observaciones e investigaciones,» *Revista de la Asociación Latinoamericana de Control de Calidad, Patología y Recuperación de la Construcción*, pp. 57-72, 2017.
- [4] P. & D. N. 2. (Clemente de Souza, «Second order inelastic analysis of steel frames,» *Revista Electronica de Ingenieria Civil*, pp. 17-30, 2016.
- [5] G. González, F. Calderón y I. Maldonado, «Importancia de la modelación numérica en la puesta en valor de estructuras patrimoniales de mampostería en zona sísmica,» *Revista de la Asociación Latinoamericana de Control de Calidad, Patología y Recuperación de la Construcción*, pp. 2015-2031, 2014.
- [6] . K. García, D. Hernández y V. Parnás, «Análisis estructural de torre autosoportada con modificaciones en sus elementos bajo la acción del viento.,» *Revista de Arquitectura e Ingeniería*, pp. 1-12, 2019.
- [7] E. Calderón y D. Eduardo, «Dificultades en el planteamiento del refuerzo de pilares de hormigón armado,» *Hormigón y acero*, pp. 1-10, 2017.
- [8] R. Aguiar Falconi, *DINAMICA DE ESTRUCTURAS CON CEINCI - LAB*, Quito: CEINCI ESPE, 2012.
- [9] J. Flaquer, A. Gutiérrez y C. Blanco, «La Calculadora Matricial,» *Memoria Investigaciones en Ingeniería*, nº 14, pp. 59-66, 2016.
- [10] A. Rodríguez y A. Pérez, «Métodos científicos de indagación y de construcción del conocimiento,» *Revista Escuela de Administración de Negocios*, pp. 1-26, 2017.
- [11] E. Gómez, D. Navas, G. Aponte y L. Betancourt, «Metodología para la revisión bibliográfica y la gestión de información de temas científicos, a través de su estructuración y sistematización,» *Dyna*, pp. 158-163, 2014.
- [12] D. Suarez, M. Martínez, A. Parra y J. Jiménez, «Investigación Documental Sobre Calidad De La Educación En Instituciones Educativas Del Contexto Iberoamericano,» *Revista Entramados - Educación Y Sociedad*, pp. 107-124, 2015.
- [13] S. Álvarez, «Comparación entre técnicas de modelado computacional de edificios de tipo muro,» *Revista Métodos y Materiales por LanammeUCR*, pp. 32-41, 2018.

ANEXO B: PÓRTICO BAJO ESTADO DE CARGA MUERTA.



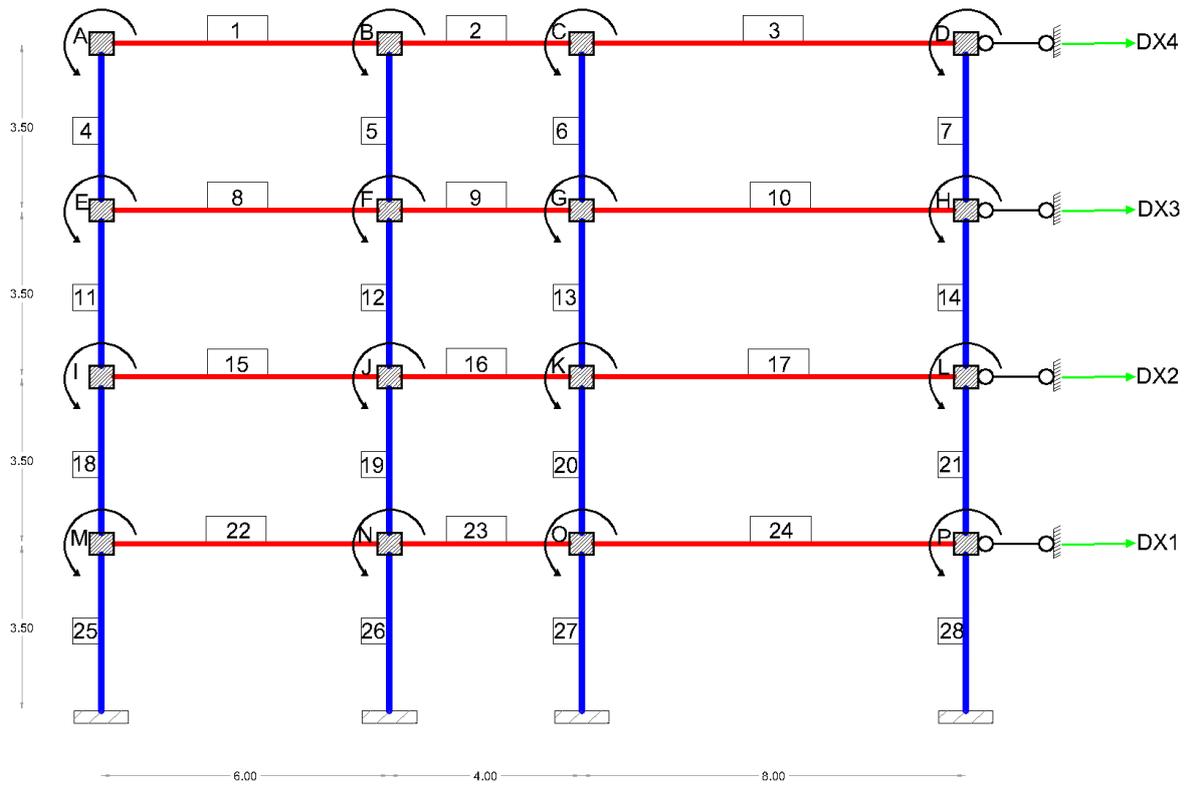
Fuente: Edwin Lucin (Autor) 2

ANEXO C: PÓRTICO BAJO ESTADO DE CARGA VIVA.



Fuente: Edwin Lucin (Autor) 3

ANEXO D: ENUMERACIÓN DE ELEMENTOS, NUDOS Y GRADOS DE LIBERTAD



Fuente: Edwin Lucin (Autor) 4

ANEXO E: CÁLCULO DE RIGIDECES DE VIGAS Y COLUMNAS.

Nº	TIPO DE ELEMENTO	PROPIEDADES GEOMETRICAS			RIGIDECES DE LOS ELEMENTOS			
		E (T/m ²)	I (m ⁴)	L (m)	k (4EI/L)	a (2EI/L)	b (6EI/L ²)	t (12EI/L ³)
1	VIGA	2013951,34	0,0026	6,00	3496,4433	1748,2216	874,1108	291,3703
2	VIGA	2013951,34	0,0026	4,00	5244,6649	2622,3325	1966,7494	983,3747
3	VIGA	2013951,34	0,0026	8,00	2622,3325	1311,1662	491,6873	122,9218
4	VIGA	2013951,34	0,00213333	3,50	4910,2052	2455,1026	2104,3736	1202,4992
5	COLUMNA	2013951,34	0,00213333	3,50	4910,2052	2455,1026	2104,3736	1202,4992
6	COLUMNA	2013951,34	0,00213333	3,50	4910,2052	2455,1026	2104,3736	1202,4992
7	COLUMNA	2013951,34	0,00213333	3,50	4910,2052	2455,1026	2104,3736	1202,4992
8	VIGA	2013951,34	0,0026	6,00	3496,4433	1748,2216	874,1108	291,3703
9	VIGA	2013951,34	0,0026	4,00	5244,6649	2622,3325	1966,7494	983,3747
10	VIGA	2013951,34	0,0026	8,00	2622,3325	1311,1662	491,6873	122,9218
11	VIGA	2013951,34	0,00213333	3,50	4910,2052	2455,1026	2104,3736	1202,4992
12	COLUMNA	2013951,34	0,00213333	3,50	4910,2052	2455,1026	2104,3736	1202,4992
13	COLUMNA	2013951,34	0,00213333	3,50	4910,2052	2455,1026	2104,3736	1202,4992
14	COLUMNA	2013951,34	0,00213333	3,50	4910,2052	2455,1026	2104,3736	1202,4992
15	VIGA	2013951,34	0,0054	6,00	7250,2248	3625,1124	1812,5562	604,1854
16	VIGA	2013951,34	0,0054	4,00	10875,3372	5437,6686	4078,2515	2039,1257
17	VIGA	2013951,34	0,0054	8,00	5437,6686	2718,8343	1019,5629	254,8907
18	VIGA	2013951,34	0,00520833	3,50	11987,8056	5993,9028	5137,6310	2935,7891
19	COLUMNA	2013951,34	0,00520833	3,50	11987,8056	5993,9028	5137,6310	2935,7891
20	COLUMNA	2013951,34	0,00520833	3,50	11987,8056	5993,9028	5137,6310	2935,7891
21	COLUMNA	2013951,34	0,00520833	3,50	11987,8056	5993,9028	5137,6310	2935,7891
22	VIGA	2013951,34	0,0054	6,00	7250,2248	3625,1124	1812,5562	604,1854
23	VIGA	2013951,34	0,0054	4,00	10875,3372	5437,6686	4078,2515	2039,1257
24	VIGA	2013951,34	0,0054	8,00	5437,6686	2718,8343	1019,5629	254,8907
25	VIGA	2013951,34	0,00520833	3,50	11987,8056	5993,9028	5137,6310	2935,7891
26	COLUMNA	2013951,34	0,00520833	3,50	11987,8056	5993,9028	5137,6310	2935,7891
27	COLUMNA	2013951,34	0,00520833	3,50	11987,8056	5993,9028	5137,6310	2935,7891
28	COLUMNA	2013951,34	0,00520833	3,50	11987,8056	5993,9028	5137,6310	2935,7891

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 5

ANEXO F:LIBERACIÓN DE NUDOS (GIROS Y DESPLAZAMIENTOS)

ANEXO G: MATRIZ DE RIGIDEZ DEL PÓRTICO

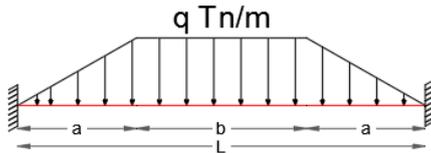
[K]	θ1	θ2	θ3	θ4	θ5	θ6	θ7	θ8	θ9	θ10	θ11	θ12	θ13	θ14	θ15	θ16	DX1	DX2	DX3	DX4	
θ1	8406,6485	1748,2216	0	0	2455,1026	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	2104,3736	2104,3736
θ2	1748,2216	13651,3134	2622,3325	0	0	2455,1026	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	2104,3736	2104,3736
θ3	0	2622,3325	12777,2026	1311,1662	0	0	2455,1026	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	2104,3736	2104,3736
θ4	0	0	1311,1662	7532,5376	0	0	0	2455,1026	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	2104,3736	2104,3736
θ5	2455,1026	0	0	0	13316,8536	1748,2216	0	0	2455,1026	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2104,3736	0,0000	2104,3736
θ6	0	2455,1026	0	0	1748,2216	18561,5186	2622,3325	0	0	2455,1026	0	0	0	0	0	0	0	0	-2104,3736	0,0000	2104,3736
θ7	0	0	2455,1026	0	0	2622,3325	17687,4078	1311,1662	0	0	2455,1026	0	0	0	0	0	0	0	-2104,3736	0,0000	2104,3736
θ8	0	0	0	2455,1026	0	0	1311,1662	12442,7428	0	0	2455,1026	0	0	0	0	0	0	0	-2104,3736	0,0000	2104,3736
θ9	0	0	0	0	2455,1026	0	0	0	24148,2356	3625,1124	0	0	5993,9028	0	0	0	-5137,6310	3033,2573	2104,3736	0	
θ10	0	0	0	0	0	2455,1026	0	0	3625,1124	35023,5728	5437,6686	0	0	5993,9028	0	0	-5137,6310	3033,2573	2104,3736	0	
θ11	0	0	0	0	0	0	2455,1026	0	0	5437,6686	33211,0166	2718,8343	0	0	5993,9028	0	-5137,6310	3033,2573	2104,3736	0	
θ12	0	0	0	0	0	0	0	2455,1026	0	0	2718,8343	22335,6794	0	0	0	5993,9028	-5137,6310	3033,2573	2104,3736	0	
θ13	0	0	0	0	0	0	0	0	5993,9028	0	0	0	31225,8360	3625,1124	0	0	0,0000	5137,6310	0	0	
θ14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5993,9028	0	0	3625,1124	42101,1733	5437,6686	0	0,0000	5137,6310	0	0	
θ15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5993,9028	0	0	5437,6686	40288,6170	2718,8343	0,0000	5137,6310	0	0	
θ16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5993,9028	0	0	2718,8343	29413,2798	0,0000	5137,6310	0	0	
DX1	0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	0	0	0	0	23486,3130	-	0	0	
DX2	0	0	0	0	-	-	-	-	3033,257324	3033,257324	3033,257324	3033,25732	5137,63097	5137,63097	5137,63097	5137,63097	-	16553,1534	-	0	
DX3	-	-	-	-	0	0	0	0	2104,373645	2104,373645	2104,373645	2104,37365	0	0	0	0	0	-4809,9969	9619,9938	-	
DX4	2104,373645	2104,373645	2104,37365	2104,37365	2104,373645	2104,37365	2104,37365	2104,37365	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	4809,9969	

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 6

ANEXO H: CALCULO DE MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO EN CADA BARRA.

DATOS	
Ancho colaborante	3,50 m
Carga Losa Cubierta	0,500 T/m ²
Carga Losa Entrepiso	0,750 T/m ²
q Dist. Cubierta	1,750 T/m
q Dist. Entrepiso	2,625 T/m

La carga a utilizar es trapezoidal



$$M_{IZQ,DER} = \frac{q \cdot L}{96} \cdot (L + b) \cdot \left(5 - \frac{b^2}{L^2}\right)$$

DATOS	TIPO ELEMENT	Q (T/m)	L (m)	a (m)	b (m)	MEP Izq	MEP Der
1	VIGA	1,75	6	1,75	2,5	4,487	-4,487
2	VIGA	1,75	4	1,75	0,5	1,635	-1,635
3	VIGA	1,75	8	1,75	4,5	8,538	-8,538
8	VIGA	2,625	6	1,75	2,5	6,731	-6,731
9	VIGA	2,625	4	1,75	0,5	2,453	-2,453
10	VIGA	2,625	8	1,75	4,5	12,807	-12,807
15	VIGA	2,625	6	1,75	2,5	6,731	-6,731
16	VIGA	2,625	4	1,75	0,5	2,453	-2,453
17	VIGA	2,625	8	1,75	4,5	12,807	-12,807
22	VIGA	2,625	6	1,75	2,5	6,731	-6,731
23	VIGA	2,625	4	1,75	0,5	2,453	-2,453
24	VIGA	2,625	8	1,75	4,5	12,807	-12,807

4,487 T/m	-4,487 T/m	1,635 T/m	-1,635 T/m	8,538 T/m	-8,538 T/m
A 1		B 2		C 3	D
6,731 T/m	-6,731 T/m	2,453 T/m	-2,453 T/m	12,807 T/m	-12,807 T/m
E 8		F 9		G 10	H
6,731 T/m	-6,731 T/m	2,453 T/m	-2,453 T/m	12,807 T/m	-12,807 T/m
I 15		J 16		K 17	L
6,731 T/m	-6,731 T/m	2,453 T/m	-2,453 T/m	12,807 T/m	-12,807 T/m
M 22		N 23		O 24	P

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 7

ANEXO I: VECTOR DE CARGAS

BARRAS		NUDOS		VECTOR DE CARGAS	
[V]		[R]		[Q]	
A	4,487	A	0	A	-4,487
B	-2,852	B	0	B	2,852
C	6,902	C	0	C	-6,902
D	-8,538	D	0	D	8,538
E	6,731	E	0	E	-6,731
F	-4,277	F	0	F	4,277
G	10,353	G	0	G	-10,353
H	-12,807	H	0	H	12,807
I	6,731	I	0	I	-6,731
J	-4,277	J	0	J	4,277
K	10,353	K	0	K	-10,353
L	-12,807	L	0	L	12,807
M	6,731	M	0	M	-6,731
N	-4,277	N	0	N	4,277
O	10,353	O	0	O	-10,353
P	-12,807	P	0	P	12,807
DX1	0	DX1	0	DX1	0
DX2	0	DX2	0	DX2	0
DX3	0	DX3	0	DX3	0
DX4	0	DX4	0	DX4	0

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 8

ANEXO J: VECTOR DE DESPLAZAMIENTO

[D]	
A	-0,00042
B	0,00036
C	-0,00057
D	0,00104
E	-0,00035
F	0,00033
G	-0,00052
H	0,00089
I	-0,00018
J	0,00017
K	-0,00026
L	0,00045
M	-0,00017
N	0,00015
O	-0,00024
P	0,00040
DX1	-0,000050
DX2	-0,000180
DX3	-0,000411
DX4	-0,000742

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 9

$$D = K^{-1} * Q$$

ANEXO K: CALCULO DE MOMENTOS EN LOS EXTREMO VIGAS (CARGA MUERTA)

MOMENTO EN LOS EXTREMOS DE LA VIGA											
DATOS	TIPO DE ELEMTO	MF	MF'	k	a	σ	σ'	Δ	b	M	M'
1	VIGA	4,487	-4,487	3496,4433	1748,2216	-0,0004	0,0004	0	0	3,6381	-3,9574
2	VIGA	1,635	-1,635	5244,6649	2622,3325	0,0004	-0,0006	0	0	2,0567	-3,6556
3	VIGA	8,538	-8,538	2622,3325	1311,1662	-0,0006	0,0010	0	0	8,4092	-6,5643
8	VIGA	6,731	-6,731	3496,4433	1748,2216	-0,0003	0,0003	0	0	6,0888	-6,1854
9	VIGA	2,453	-2,453	5244,6649	2622,3325	0,0003	-0,0005	0	0	2,8260	-4,3057
10	VIGA	12,807	-12,807	2622,3325	1311,1662	-0,0005	0,0009	0	0	12,6082	-11,1649
15	VIGA	6,731	-6,731	7250,2248	3625,1124	-0,0002	0,0002	0	0	6,0360	-6,1771
16	VIGA	2,453	-2,453	10875,3372	5437,6686	0,0002	-0,0003	0	0	2,8448	-4,3723
17	VIGA	12,807	-12,807	5437,6686	2718,8343	-0,0003	0,0005	0	0	12,6275	-11,0503
22	VIGA	6,731	-6,731	7250,2248	3625,1124	-0,0002	0,0001	0	0	6,0361	-6,2855
23	VIGA	2,453	-2,453	10875,3372	5437,6686	0,0001	-0,0002	0	0	2,7221	-4,2924
24	VIGA	12,807	-12,807	5437,6686	2718,8343	-0,0002	0,0004	0	0	12,5701	-11,3064

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 10

ANEXO L: MOMENTO MAXIMO POSITIVO EN VIGAS (CARGA MUERTA).

MOMENTOS MAXIMOS EN VIGAS										
#	M (T-m)	M' (T-m)	L (m)	a (m)	b (m)	Q (T/M)	Cor. Izq (T)	Cor. Der (T)	X cuando Mmáx	Mmax(X)
1	3,6381	-3,9574	6,0000	1,7500	2,5000	1,7500	3,66553686	-3,771963144	2,970	3,185
2	2,0567	-3,6556	4,0000	1,7500	0,5000	1,7500	1,56902466	-2,368475339	1,772	-0,204
3	8,4092	-6,5643	8,0000	1,7500	4,5000	1,7500	5,69936669	-5,238133314	4,132	5,635
8	6,0888	-6,1854	6,0000	1,7500	2,5000	2,6250	5,56201656	-5,594233437	2,994	4,336
9	2,8260	-4,3057	4,0000	1,7500	0,5000	2,6250	2,58320164	-3,323048361	1,859	0,370
10	12,6082	-11,1649	8,0000	1,7500	4,5000	2,6250	8,38353181	-8,022718193	4,069	7,780
15	6,0360	-6,1771	6,0000	1,7500	2,5000	2,6250	5,55461544	-5,601634555	2,991	4,366
16	2,8448	-4,3723	4,0000	1,7500	0,5000	2,6250	2,5712543	-3,3349957	1,855	0,329
17	12,6275	-11,0503	8,0000	1,7500	4,5000	2,6250	8,40027577	-8,005974233	4,075	7,829
22	6,0361	-6,2855	6,0000	1,7500	2,5000	2,6250	5,53656278	-5,619687218	2,984	4,312
23	2,7221	-4,2924	4,0000	1,7500	0,5000	2,6250	2,56055284	-3,345697163	1,850	0,432
24	12,5701	-11,3064	8,0000	1,7500	4,5000	2,6250	8,36109468	-8,045155317	4,060	7,727

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 11

$$M(\max) = \frac{-q \cdot x^2}{2} + \left(\frac{a \cdot q}{2} + T_{izq} \right) x - \frac{a^2 \cdot q}{6} - M_{izq}$$

ANEXO M: CALCULO DE MOMENTOS EN COLUMNA (CARGA MUERTA)

MOMENTO EN PIE Y CABEZA DE COLUMNA											
DATOS	TIPO DE ELEMTO	MF	MF'	k	a	σ	σ'	Δ	b	M (PIE)	M' (CABEZ)
4	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0003	-0,0004	-0,000331	2104,373645	-3,4513	-3,6381
5	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0003	0,0004	-0,000331	2104,373645	1,8182	1,9007
6	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0005	-0,0006	-0,000331	2104,373645	-4,6339	-4,7537
7	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0009	0,0010	-0,000331	2104,373645	6,1939	6,5643
11	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0002	-0,0003	-0,000231	2104,373645	-2,2200	-2,6374
12	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0002	0,0003	-0,000231	2104,373645	1,1372	1,5413
13	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0003	-0,0005	-0,000231	2104,373645	-3,0326	-3,6686
14	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0005	0,0009	-0,000231	2104,373645	3,9090	4,9711
18	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	-0,0002	-0,0002	-0,000129	5137,630969	-3,7561	-3,8160
19	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0001	0,0002	-0,000129	5137,630969	2,0754	2,1950
20	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	-0,0002	-0,0003	-0,000129	5137,630969	-5,1187	-5,2226
21	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0004	0,0005	-0,000129	5137,630969	6,8070	7,1412
25	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	-0,0002	-0,000050	5137,630969	-1,2693	-2,2800
26	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	0,0001	-0,000050	5137,630969	0,6147	1,4880
27	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	-0,0002	-0,000050	5137,630969	-1,7088	-3,1591
28	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	0,0004	-0,000050	5137,630969	2,1204	4,4993

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 12

$$M = MF + K\theta + a\theta' + bD$$

$$M' = M'F + a\theta + k'\theta' + b'D$$

ANEXO N: CALCULO DE CORTANTE EN VIGAS (CARGA MUERTA)

MOMENTO EN LOS EXTREMOS DE LA VIGA											
DATOS	TIPO DE ELEMTO	MF	MF'	k	a	σ	σ'	Δ	b	M	M'
1	VIGA	4,487	-4,487	3496,4433	1748,2216	-0,0004	0,0004	0	0	3,6381	-3,9574
2	VIGA	1,635	-1,635	5244,6649	2622,3325	0,0004	-0,0006	0	0	2,0567	-3,6556
3	VIGA	8,538	-8,538	2622,3325	1311,1662	-0,0006	0,0010	0	0	8,4092	-6,5643
8	VIGA	6,731	-6,731	3496,4433	1748,2216	-0,0003	0,0003	0	0	6,0888	-6,1854
9	VIGA	2,453	-2,453	5244,6649	2622,3325	0,0003	-0,0005	0	0	2,8260	-4,3057
10	VIGA	12,807	-12,807	2622,3325	1311,1662	-0,0005	0,0009	0	0	12,6082	-11,1649
15	VIGA	6,731	-6,731	7250,2248	3625,1124	-0,0002	0,0002	0	0	6,0360	-6,1771
16	VIGA	2,453	-2,453	10875,3372	5437,6686	0,0002	-0,0003	0	0	2,8448	-4,3723
17	VIGA	12,807	-12,807	5437,6686	2718,8343	-0,0003	0,0005	0	0	12,6275	-11,0503
22	VIGA	6,731	-6,731	7250,2248	3625,1124	-0,0002	0,0001	0	0	6,0361	-6,2855
23	VIGA	2,453	-2,453	10875,3372	5437,6686	0,0001	-0,0002	0	0	2,7221	-4,2924
24	VIGA	12,807	-12,807	5437,6686	2718,8343	-0,0002	0,0004	0	0	12,5701	-11,3064

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 13

$$T_{izq} = \frac{M + M'}{L} + R_i$$

$$T_{der} = \frac{M + M'}{L} + R_j$$

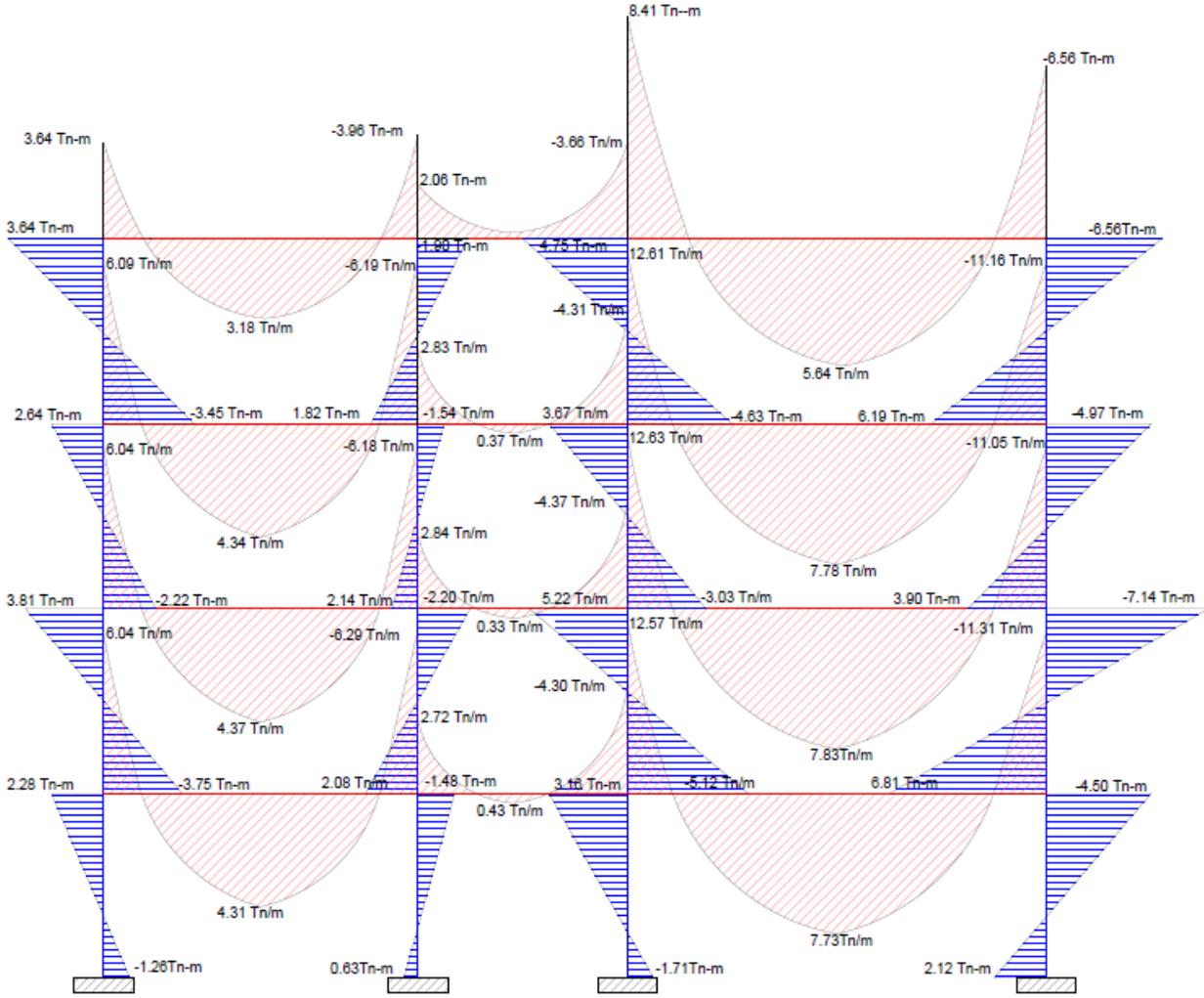
ANEXO O: CALCULO DE CORTANTE EN COLUMNAS (CARGA MUERTA)

MOMENTO EN PIE Y CABEZA DE COLUMNA											
DATOS	TIPO DE ELEMENTO	MF	MF'	k	a	σ	σ'	Δ	b	M (PIE)	M' (CABEZ)
4	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0003	-0,0004	-0,000331	2104,373645	-3,4513	-3,6381
5	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0003	0,0004	-0,000331	2104,373645	1,8182	1,9007
6	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0005	-0,0006	-0,000331	2104,373645	-4,6339	-4,7537
7	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0009	0,0010	-0,000331	2104,373645	6,1939	6,5643
11	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0002	-0,0003	-0,000231	2104,373645	-2,2200	-2,6374
12	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0002	0,0003	-0,000231	2104,373645	1,1372	1,5413
13	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0003	-0,0005	-0,000231	2104,373645	-3,0326	-3,6686
14	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0005	0,0009	-0,000231	2104,373645	3,9090	4,9711
18	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	-0,0002	-0,0002	-0,000129	5137,630969	-3,7561	-3,8160
19	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0001	0,0002	-0,000129	5137,630969	2,0754	2,1950
20	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	-0,0002	-0,0003	-0,000129	5137,630969	-5,1187	-5,2226
21	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0004	0,0005	-0,000129	5137,630969	6,8070	7,1412
25	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	-0,0002	-0,000050	5137,630969	-1,2693	-2,2800
26	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	0,0001	-0,000050	5137,630969	0,6147	1,4880
27	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	-0,0002	-0,000050	5137,630969	-1,7088	-3,1591
28	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	0,0004	-0,000050	5137,630969	2,1204	4,4993

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 14

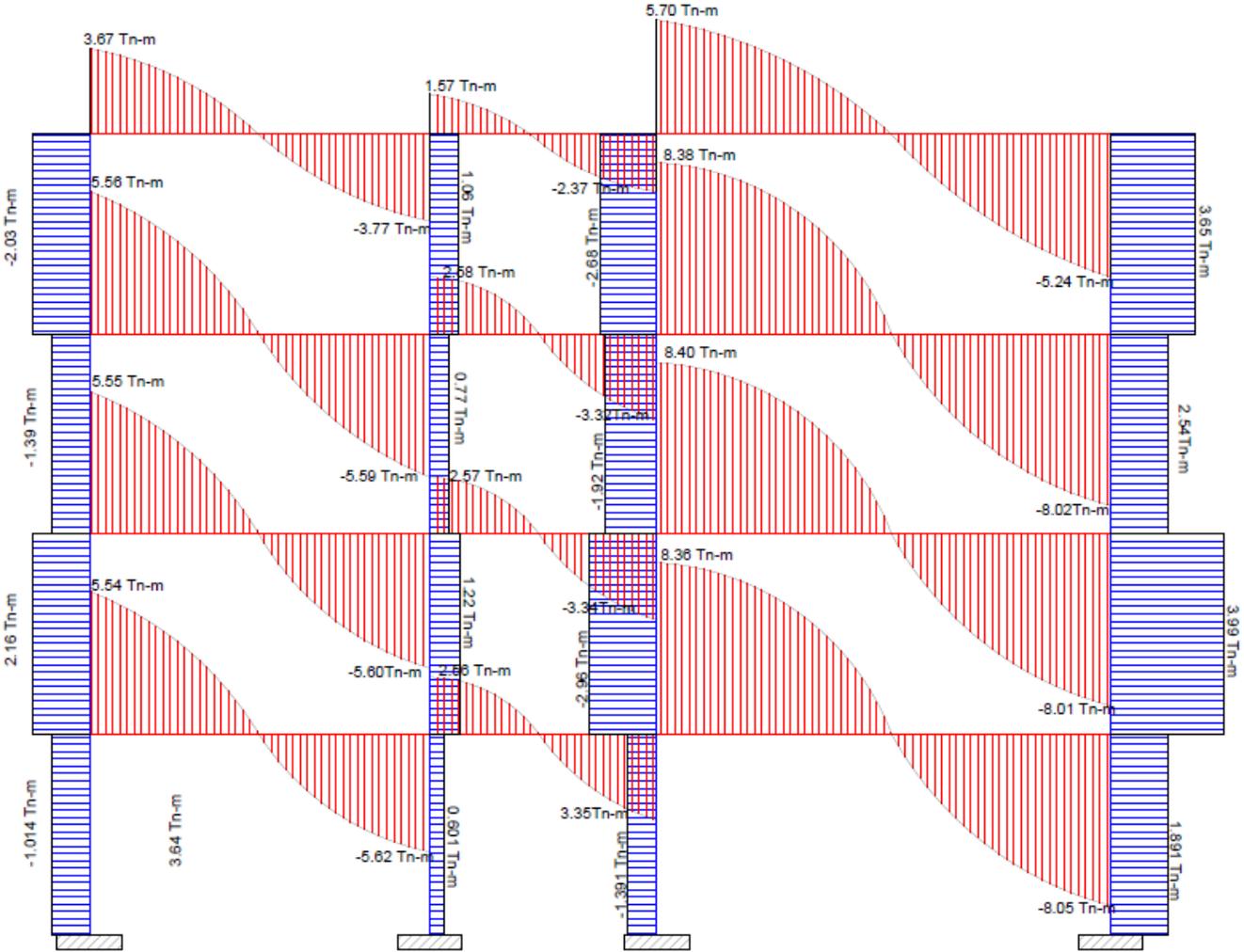
$$T(\text{pie/cabeza}) = \frac{M + M'}{L}$$

ANEXO P: DIAGRAMA DE MOMENTOS BAJO ESTADO DE CARGA MUERTA.



Fuente: Edwin Lucin (Autor) 15

ANEXO Q: DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES BAJO ESTADO DE CARGA MUERTA.



Fuente: Edwin Lucin (Autor) 16

RESULTADOS DE ANALISIS BAJO ESTADO DE CARGA VIVA

ANEXO R: CALCULO DE MOMENTOS EN LOS EXTREMO VIGAS (CARGA VIVA)

MOMENTO EN LOS EXTREMOS DE LA VIGA

DATOS	TIPO DE ELEMTO	MF	MF'	k	a	σ	σ'	Δ	b	M	M'
1	VIGA	2,244	-2,244	3496,4433	1748,2216	-0,0002	0,0002	0	0	1,7341	-1,9677
2	VIGA	0,818	-0,818	5244,6649	2622,3325	0,0002	-0,0003	0	0	1,0405	-1,9639
3	VIGA	4,269	-4,269	2622,3325	1311,1662	-0,0003	0,0006	0	0	4,1925	-3,1643
8	VIGA	2,244	-2,244	3496,4433	1748,2216	-0,0001	0,0001	0	0	2,0996	-2,0629
9	VIGA	0,818	-0,818	5244,6649	2622,3325	0,0001	-0,0001	0	0	0,9427	-1,3257
10	VIGA	4,269	-4,269	2622,3325	1311,1662	-0,0001	0,0002	0	0	4,2164	-3,8035
15	VIGA	2,244	-2,244	7250,2248	3625,1124	-0,0001	0,0001	0	0	1,9955	-2,0574
16	VIGA	0,818	-0,818	10875,3372	5437,6686	0,0001	-0,0001	0	0	0,9521	-1,4793
17	VIGA	4,269	-4,269	5437,6686	2718,8343	-0,0001	0,0002	0	0	4,2086	-3,6608
22	VIGA	2,244	-2,244	7250,2248	3625,1124	-0,0001	0,0000	0	0	2,0161	-2,0950
23	VIGA	0,818	-0,818	10875,3372	5437,6686	0,0000	-0,0001	0	0	0,9070	-1,4259
24	VIGA	4,269	-4,269	5437,6686	2718,8343	-0,0001	0,0001	0	0	4,1904	-3,7732

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 17

$$M = MF + K\theta + a\theta' + bD$$

$$M' = M'F + a\theta + k'\theta' + b'D$$

ANEXO S: MOMENTO MÁXIMO POSITIVO EN VIGAS (CARGA VIVA)

MOMENTOS MAXIMOS EN VIGAS											
#	M (T-m)	M' (T-m)	L (m)	a (m)	b (m)	Q (T/M)	Cor. Izq (T)	Cor. Der (T)	X cuando M _{máx}	Mmax(X)	
1	1,7341	-1,9677	6,0000	1,7500	2,5000	0,8750	1,82045319	-1,898296814	2,956	1,641	
2	1,0405	-1,9639	4,0000	1,7500	0,5000	0,8750	0,75352653	-1,215223471	1,736	-0,381	
3	4,1925	-3,1643	8,0000	1,7500	4,5000	0,8750	2,86289859	-2,605851407	4,147	2,884	
8	2,0996	-2,0629	6,0000	1,7500	2,5000	0,8750	1,86549956	-1,853250435	3,007	1,410	
9	0,9427	-1,3257	4,0000	1,7500	0,5000	0,8750	0,88862353	-1,080126472	1,891	0,174	
10	4,2164	-3,8035	8,0000	1,7500	4,5000	0,8750	2,78599567	-2,682754334	4,059	2,545	
15	1,9955	-2,0574	6,0000	1,7500	2,5000	0,8750	1,84905127	-1,869698727	2,988	1,464	
16	0,9521	-1,4793	4,0000	1,7500	0,5000	0,8750	0,85257519	-1,116174806	1,849	0,098	
17	4,2086	-3,6608	8,0000	1,7500	4,5000	0,8750	2,80284704	-2,665902955	4,078	2,621	
22	2,0161	-2,0950	6,0000	1,7500	2,5000	0,8750	1,8462354	-1,872514595	2,985	1,435	
23	0,9070	-1,4259	4,0000	1,7500	0,5000	0,8750	0,85465962	-1,114090383	1,852	0,147	
24	4,1904	-3,7732	8,0000	1,7500	4,5000	0,8750	2,78652726	-2,682222743	4,060	2,573	

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 18

$$M(\max) = \frac{-q \cdot x^2}{2} + \left(\frac{a \cdot q}{2} + T_{izq} \right) x - \frac{a^2 \cdot q}{6} - M_{izq}$$

ANEXO T: CALCULO DE MOMENTOS EN COLUMNAS (CARGA VIVA)

MOMENTO EN PIE Y CABEZA DE COLUMNA											
DATOS	TIPO DE ELEMTO	MF	MF'	k	a	σ	σ'	Δ	b	M (PIE)	M' (CABEZ)
4	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0001	-0,0002	-0,000144	2104,373645	-1,3474	-1,7341
5	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0001	0,0002	-0,000144	2104,373645	0,6669	0,9272
6	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0001	-0,0003	-0,000144	2104,373645	-1,7997	-2,2286
7	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0002	0,0006	-0,000144	2104,373645	2,3514	3,1643
11	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0001	-0,0001	-0,000076	2104,373645	-0,6870	-0,7522
12	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0001	0,0001	-0,000076	2104,373645	0,3568	0,4533
13	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	-0,0001	-0,0001	-0,000076	2104,373645	-0,9544	-1,0911
14	COLUMNA	0,000	0,000	4910,2052	2455,1026	0,0002	0,0002	-0,000076	2104,373645	1,2225	1,4521
18	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	-0,0001	-0,0001	-0,000044	5137,630969	-1,2651	-1,3085
19	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	0,0001	-0,000044	5137,630969	0,6958	0,7485
20	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	-0,0001	-0,0001	-0,000044	5137,630969	-1,7191	-1,7749
21	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0001	0,0002	-0,000044	5137,630969	2,2865	2,4383
25	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	-0,0001	-0,000017	5137,630969	-0,4185	-0,7510
26	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	0,0000	-0,000017	5137,630969	0,2031	0,4921
27	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	-0,0001	-0,000017	5137,630969	-0,5657	-1,0454
28	COLUMNA	0,000	0,000	11987,8056	5993,9028	0,0000	0,0001	-0,000017	5137,630969	0,7003	1,4866

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 19

$$M = MF + K\theta + a\theta' + bD$$

$$M' = M'F + a\theta + k'\theta' + b'D$$

ANEXO U: CALCULO DE CORTANTE EN VIGAS (CARGA VIVA)

CORTANTES EN EXTREMOS DE LA VIGA												
DATOS	TIPO DE ELEMENTO	M (T-m)	M' (T-m)	L (m)	a (m)	b (m)	Q (T/M)	Rh	Ri (Reaccion izquierda)	Rj (Reaccion Derecha)	Cor. Izq. (T)	Cor. Der(T)
1	VIGA	1,734127412	-1,9677	6,0000	1,75	2,5	0,875	-0,039	1,859375	1,859375	1,820	-1,898
2	VIGA	1,040504127	-1,9639	4,0000	1,75	0,5	0,875	-0,231	0,984375	0,984375	0,754	-1,215
3	VIGA	4,192454622	-3,1643	8,0000	1,75	4,5	0,875	0,129	2,734375	2,734375	2,863	-2,606
8	VIGA	2,099619653	-2,0629	6,0000	1,75	2,5	0,875	0,006	1,859375	1,859375	1,865	-1,853
9	VIGA	0,942673369	-1,3257	4,0000	1,75	0,5	0,875	-0,096	0,984375	0,984375	0,889	-1,080
10	VIGA	4,216424862	-3,8035	8,0000	1,75	4,5	0,875	0,052	2,734375	2,734375	2,786	-2,683
15	VIGA	1,995497219	-2,0574	6,0000	1,75	2,5	0,875	-0,010	1,859375	1,859375	1,849	-1,870
16	VIGA	0,952102824	-1,4793	4,0000	1,75	0,5	0,875	-0,132	0,984375	0,984375	0,853	-1,116
17	VIGA	4,208582699	-3,6608	8,0000	1,75	4,5	0,875	0,068	2,734375	2,734375	2,803	-2,666
22	VIGA	2,01613243	-2,0950	6,0000	1,75	2,5	0,875	-0,013	1,859375	1,859375	1,846	-1,873
23	VIGA	0,907034027	-1,4259	4,0000	1,75	0,5	0,875	-0,130	0,984375	0,984375	0,855	-1,114
24	VIGA	4,190376893	-3,7732	8,0000	1,75	4,5	0,875	0,052	2,734375	2,734375	2,787	-2,682

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 20

$$T_{izq} = \frac{M + M'}{L} + R_i$$

$$T_{der} = \frac{M + M'}{L} + R_j$$

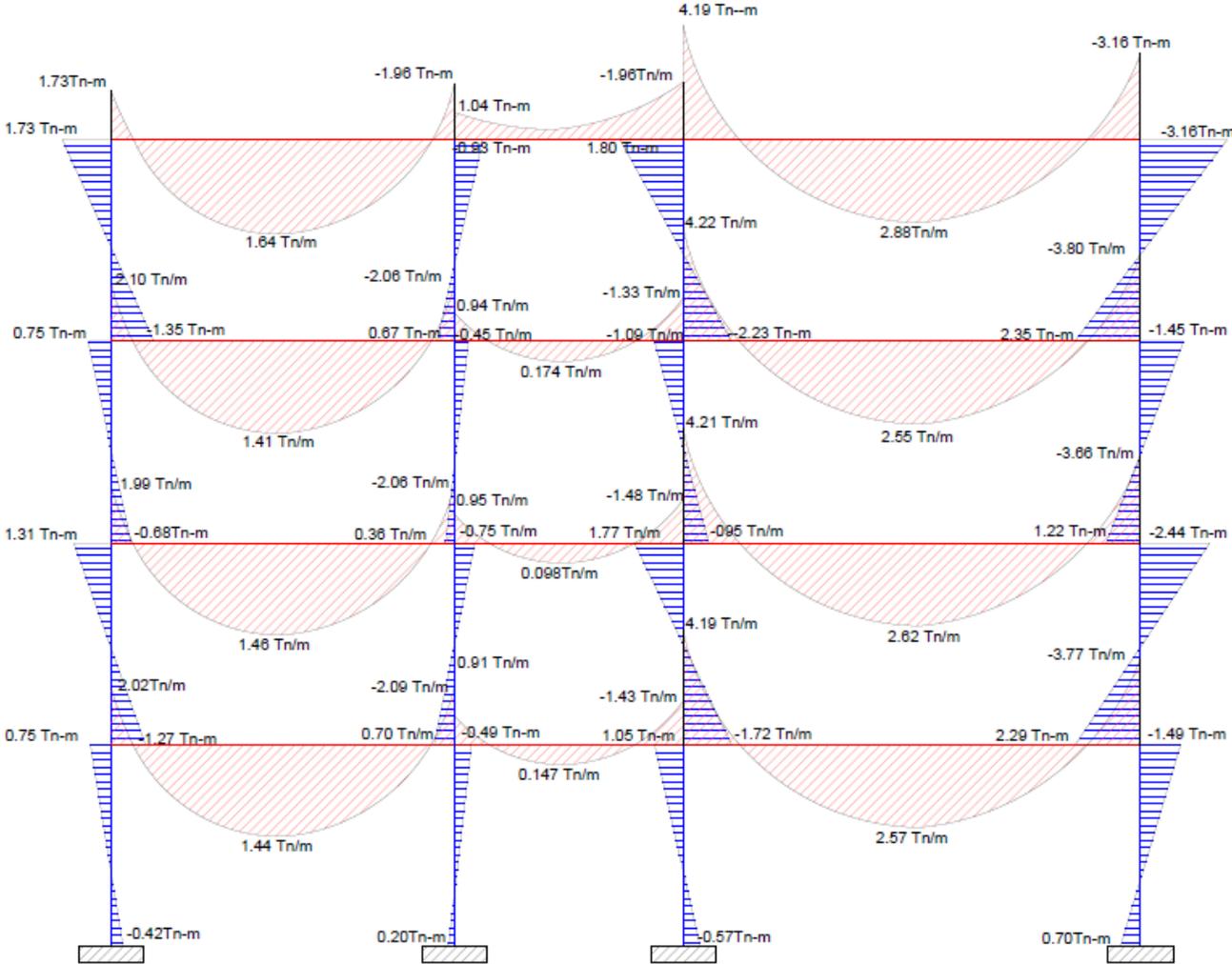
ANEXO V: CALCULO DE CORTANTE EN COLUMNAS (CARGA VIVA)

CORTANTES EN PIE Y CABEZA DE COLUMNA						
DATOS	TIPO DE ELEMENTO	M (T-m)	M' (T-m)	L (m)	Cor. Pie. (T)	Cor. Cabeza. (T)
4	COLUMNA	-1,3474	-1,7341	3,5	-0,880	-0,880
5	COLUMNA	0,6669	0,9272	3,5	0,455	0,455
6	COLUMNA	-1,7997	-2,2286	3,5	-1,151	-1,151
7	COLUMNA	2,3514	3,1643	3,5	1,576	1,576
11	COLUMNA	-0,6870	-0,7522	3,5	-0,411	-0,411
12	COLUMNA	0,3568	0,4533	3,5	0,231	0,231
13	COLUMNA	-0,9544	-1,0911	3,5	-0,584	-0,584
14	COLUMNA	1,2225	1,4521	3,5	0,764	0,764
18	COLUMNA	-1,2651	-1,3085	3,5	-0,735	-0,735
19	COLUMNA	0,6958	0,7485	3,5	0,413	0,413
20	COLUMNA	-1,7191	-1,7749	3,5	-0,998	-0,998
21	COLUMNA	2,2865	2,4383	3,5	1,350	1,350
25	COLUMNA	-0,4185	-0,7510	3,5	-0,334	-0,334
26	COLUMNA	0,2031	0,4921	3,5	0,199	0,199
27	COLUMNA	-0,5657	-1,0454	3,5	-0,460	-0,460
28	COLUMNA	0,7003	1,4866	3,5	0,625	0,625

Fuente: Edwin Lucin (Autor) 21

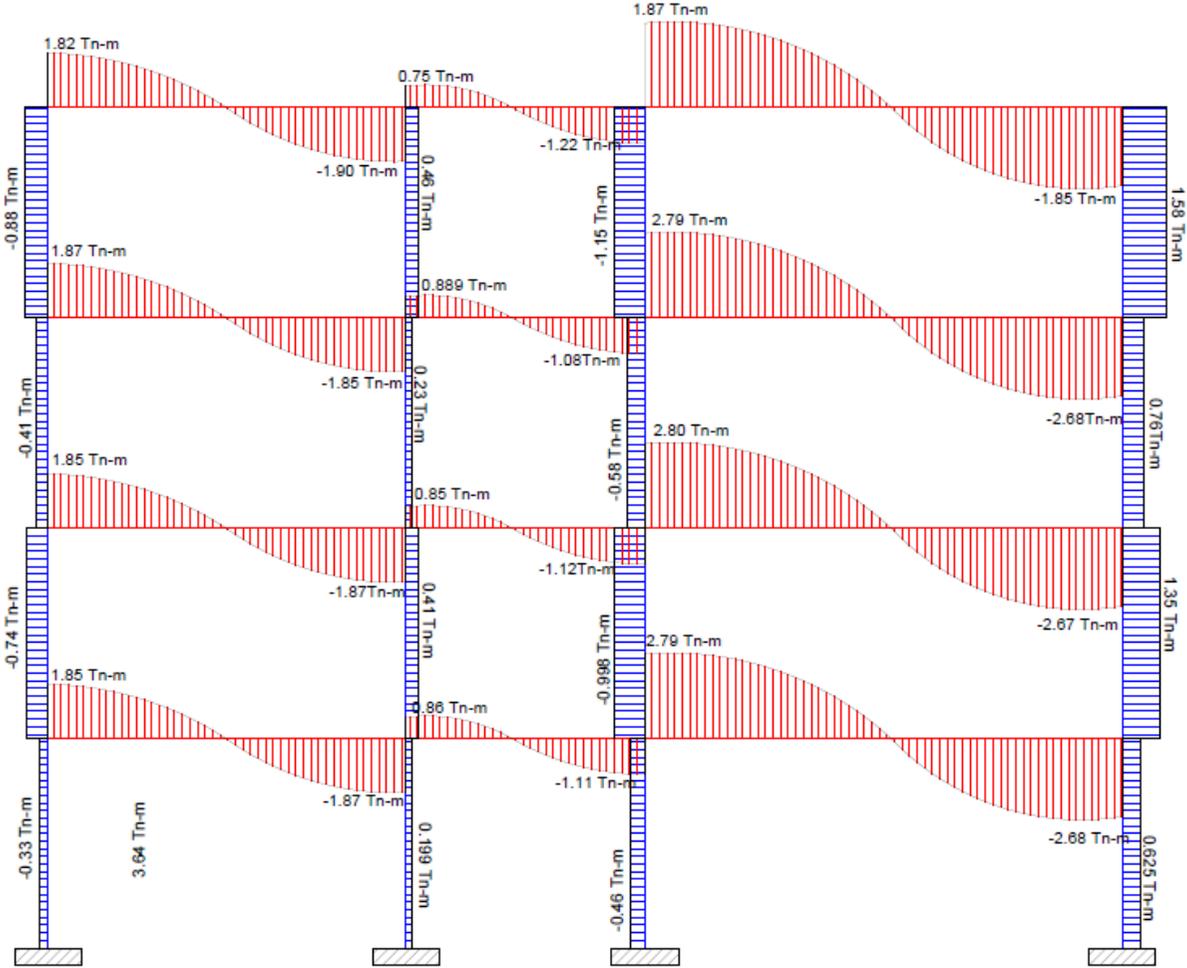
$$T(\text{pie/cabeza}) = \frac{M + M'}{L}$$

ANEXO W: DIAGRAMA DE MOMENTO BAJO ESTADO DE CARGA VIVA.



Fuente: Edwin Lucin (Autor) 22

ANEXO X: DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES BAJO ESTADO DE CARGA VIVA.



Fuente: Edwin Lucin (Autor) 23