



# UTMACH

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE UNA ARMADURA PLANA  
HIPERESTÁTICA POR EL MÉTODO DE LA FLEXIBILIDAD

LEON QUISHPE DIEGO ARMANDO  
INGENIERO CIVIL

MACHALA  
2019



# UTMACH

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE UNA ARMADURA PLANA  
HIPERESTÁTICA POR EL MÉTODO DE LA FLEXIBILIDAD

LEON QUISHPE DIEGO ARMANDO  
INGENIERO CIVIL

MACHALA  
2019



# UTMACH

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

EXAMEN COMPLEXIVO

ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE UNA ARMADURA PLANA HIPERESTÁTICA POR  
EL MÉTODO DE LA FLEXIBILIDAD

LEON QUISHPE DIEGO ARMANDO  
INGENIERO CIVIL

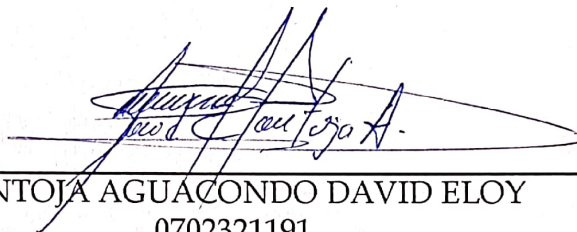
PANTOJA AGUACONDO DAVID ELOY

MACHALA, 23 DE AGOSTO DE 2019

MACHALA  
23 de agosto de 2019

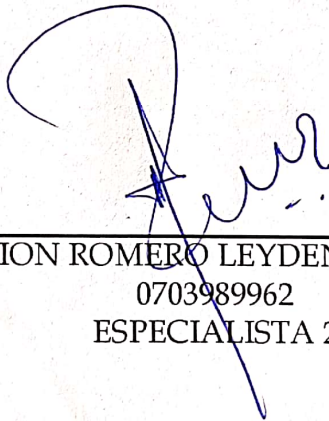
**Nota de aceptación:**

Quienes suscriben, en nuestra condición de evaluadores del trabajo de titulación denominado Análisis Estructural de una Armadura plana Hiperestática por el Método de la Flexibilidad, hacemos constar que luego de haber revisado el manuscrito del precitado trabajo, consideramos que reúne las condiciones académicas para continuar con la fase de evaluación correspondiente.



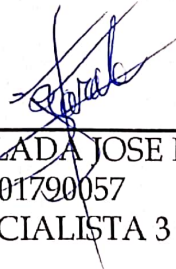
---

PANTOJA AGUÁCONDO DAVID ELOY  
0702321191  
TUTOR - ESPECIALISTA 1



---

CARRION ROMERO LEYDEN OSWALDO  
0703989962  
ESPECIALISTA 2



---

ZARATE ENCALADA JOSE MARCELO  
0701790057  
ESPECIALISTA 3

Fecha de impresión: jueves 22 de agosto de 2019 - 08:08

## Urkund Analysis Result

**Analysed Document:** TRABAJO PRACTICO COMPLEXIVO-DIEGO LEON.pdf (D54805854)  
**Submitted:** 8/14/2019 12:57:00 AM  
**Submitted By:** daleonq\_est@utmachala.edu.ec  
**Significance:** 1 %

Sources included in the report:

GUILLEN RAMIREZ BRYAN DANIEL\_PT-011018.pdf (D47016861)

Instances where selected sources appear:

2

## CLÁUSULA DE CESIÓN DE DERECHO DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO DIGITAL INSTITUCIONAL

El que suscribe, LEON QUISHPE DIEGO ARMANDO, en calidad de autor del siguiente trabajo escrito titulado Análisis Estructural de una Armadura plana Hiperestática por el Método de la Flexibilidad, otorga a la Universidad Técnica de Machala, de forma gratuita y no exclusiva, los derechos de reproducción, distribución y comunicación pública de la obra, que constituye un trabajo de autoría propia, sobre la cual tiene potestad para otorgar los derechos contenidos en esta licencia.

El autor declara que el contenido que se publicará es de carácter académico y se enmarca en las disposiciones definidas por la Universidad Técnica de Machala.

Se autoriza a transformar la obra, únicamente cuando sea necesario, y a realizar las adaptaciones pertinentes para permitir su preservación, distribución y publicación en el Repositorio Digital Institucional de la Universidad Técnica de Machala.

El autor como garante de la autoría de la obra y en relación a la misma, declara que la universidad se encuentra libre de todo tipo de responsabilidad sobre el contenido de la obra y que asume la responsabilidad frente a cualquier reclamo o demanda por parte de terceros de manera exclusiva.

Aceptando esta licencia, se cede a la Universidad Técnica de Machala el derecho exclusivo de archivar, reproducir, convertir, comunicar y/o distribuir la obra mundialmente en formato electrónico y digital a través de su Repositorio Digital Institucional, siempre y cuando no se lo haga para obtener beneficio económico.

Machala, 23 de agosto de 2019



LEON QUISHPE DIEGO ARMANDO  
1900517820

## **AGRADECIMIENTO**

Mi Agradecimiento principalmente a Dios por haberme brindado salud y fortaleza, sobre todo una segunda oportunidad para retomar mis estudios, y así culminarlos de manera satisfactoria y estar en el lugar que me encuentro ahora.

A mis queridos Padres y hermanos por brindarme su apoyo incondicional, ayudándome a superar todas las pruebas que se me ha puesto en mi camino, ya que ellos son mi motor para seguir adelante y cumplir cada uno de mis objetivos planteados, convirtiéndose así en un pilar fundamental en mi vida.

Y por último quiero dejar por sentado mi eterno agradecimiento a los docentes de la Unidad Académica de Ingeniería Civil de la Universidad Técnica de Machala, por los conocimientos impartidos y experiencias necesarias durante los 5 años de mi formación profesional, para poder llegar a convertirme en un profesional de éxito.

## **DEDICATORIA**

El presente trabajo lo dedico a mi Madre Norma, mi hija Ashley y q a mi Abuelita Francelina (+), que día a día estuvieron junto a mí, durante estos 5 años de mi estudio universitario, a mis amigos y compañeros que de alguna forma me brindaron su apoyo.



## **RESUMEN**

En la formación profesional del ingeniero civil, más específicamente en la especialidad Estructural se desarrollan diferentes métodos para el análisis de armaduras, desde el curso básico como estática con métodos de los nudos y el de secciones hasta cursos más avanzados en las cátedras de Análisis de Estructuras y Análisis Matricial, como es el método de la Flexibilidad o método energético. El presente trabajo se propone un método alternativo, que utiliza los principios básicos del equilibrio estático, y por la manera como se desarrolla se convierte en un procedimiento práctico, eficiente y de gran alcance al momento de desarrollar armaduras hiperestáticas, con grados de indeterminación interna y externa, este método matricial de armaduras planas se basa en el equilibrio estático de cada uno de los nudos y que al tomar las reacciones y fuerzas internas de los elementos como incógnitas, provee un sistema de ecuaciones lineales que se puede resolver por matrices.

**Palabras clave:** Análisis- Estructura- Matriz flexibilidad- Armaduras-Matricial

## **ABSTRACT**

In the professional training of the civil engineer, more specific in the Structural specialty you can see different methods for the analysis of armor, from the basic course as static with methods of the knots and that of sections to more advanced courses in the chairs of Analysis of structures and Matrix Analysis, such as the Flexibility method or energy method. The present work proposes an alternative method, which uses the basic principles of static equilibrium, and by the way it is developed it will become a practical, efficient and powerful procedure when developing hyperstatic armor, with degrees of internal indeterminacy and external, this matrix method of flat armor is based on the static balance of each of the nodes and that by taking the internal reactions and forces of the elements as unknowns, provides a system of linear equations that can be solved by matrices.

**Keywords:** Analysis- Structure- Flexibility Matrix- Armor-Matrix

## Contenido

AGRADECIMIENTO.....	7
DEDICATORIA .....	8
RESUMEN.....	9
ABSTRACT.....	10
1. INTRODUCCIÓN .....	12
2. DESARROLLO .....	13
2.1 Objetivo General .....	13
2.2 Objetivos Específicos.....	13
2.3 Marco Teórico.....	13
<b>2.3.1 Estudio funcional del análisis estructural de Armaduras.....</b>	<b>13</b>
<b>2.3.2 Seguridad Estructural.....</b>	<b>13</b>
<b>2.3.3 Análisis Estructural de armadura planas .....</b>	<b>14</b>
<b>2.3.4 Método de La flexibilidad .....</b>	<b>15</b>
<b>2.3.5 Matriz de Flexibilidad.....</b>	<b>15</b>
2.4 Planteamiento del problema.....	16
3. CONCLUSIONES .....	23
4. BIBLIOGRAFIA.....	24
5. ANEXOS.....	25
Anexo 1.- Planos .....	25
Anexo 2.- Memoria de Calculo, Tabla de Fuerzas Axiales de las Barras, coeficientes de flexibilidad y coeficientes de desplazamiento.....	25

## Tabla de Ilustraciones

Ilustración 1 Armadura Hiperestática.....	16
Ilustración 2 Armadura Libre o Isostática .....	16
Ilustración 3 Corte vertical de Armadura .....	18
Ilustración 4 Corte método de las secciones.....	18
Ilustración 5 Corte nudo 1 .....	19

## **1. INTRODUCCIÓN**

La importancia del enfoque del análisis estructural dentro del campo de la ingeniería civil, es un tema de real importancia en la vida profesional de un ingeniero civil, los criterios para un buen análisis determinan el objetivo de este que es el diseño estructural, y su desarrollo constructivo.

El proceso de diseño tradicional se caracteriza por cierto carácter subjetivo y porque su desarrollo depende en gran medida del criterio y experiencia del analista, consiste en encontrar la estructura que cumpla con los requisitos de diseño impuestos por las normas internacionales o locales, logrando establecer criterios de optimización de la misma[1].

En el análisis y diseño de estructuras ante cargas externas, como son cargas vivas y muertas, cargas de sismo y cargas de viento son necesarias tener en cuenta varios aspectos que van desde la geometría, material, formas de unión, amortiguamiento[2].

El diseño de la ingeniería estructural es una etapa importante de la innovación, proceso en el cual se diseña o construye una idea, la información de diseño de ingeniería de alta calidad es crítico para la construcción de proyectos, y producción efectiva y eficiente y soporte de por vida de los elementos del proyecto[3].

El método de la flexibilidad es una propuesta esencialmente académica con enfoque práctico en la vida profesional, cuyo objetivo es realizar la propuesta a un procedimiento alternativo para desarrollar el método de análisis de armaduras, basado en el equilibrio estático de los nudos en el curso de Estática[4].

En el ámbito de la construcción siempre está en constante actualización e innovación de métodos, profundización de cálculos por medio de sistemas computacionales, que nos permiten desarrollar mejores esquemas a las construcciones antiguas o existentes, por lo tanto, se necesitan nuevos enfoques en su estudio[5].

El objetivo de este caso práctico es resolver una Armadura plana, con cargas prestablecidas, por el Método de la Flexibilidad, modelo que se necesita métodos alternativos a los convencionales, el uso de una hoja de cálculo electrónica para el análisis de los resultados, para la minimización de los errores numéricos.

## **2. DESARROLLO**

### **2.1 Objetivo General**

- Resolver una armadura plana, con cargas preestablecidas, por el método de la flexibilidad, para la resolución de estructuras hiperestáticas

### **2.2 Objetivos Específicos**

- Determinar Grado de indeterminación Estática, hiperasticidad e Inestabilidad
- Determinar los valores de las redundantes externas de la armadura.
- Determinar las fuerzas internas axiales de las barras de la armadura.

### **2.3 Marco Teórico**

#### **2.3.1 Estudio funcional del análisis estructural de Armaduras.**

La optimización de las armaduras se ha estudiado ampliamente en las últimas décadas, crecientemente debido a la demanda de la industria de un diseño más económico. De hecho, varias estructuras de la vida real, o al menos parte de ellas, pueden modelarse utilizando elementos tipo barras, como techos, torres, puentes, etc. La dificultad de resolver las armaduras, nota por buscas alternativas de resolución de problemas desde armaduras simples a complejas[6].

Los métodos de análisis estructural que se usan considerando que hay linealidad estructural, hacen uso del principio de Flexibilidad, el cual consiste en aplicar un efecto a la vez para luego sumarlos todos. Esto permite definir matrices que hacen posible obtener la respuesta de la estructura ante cargas externas[7].

#### **2.3.2 Seguridad Estructural**

En la línea del tiempo, los eventos sísmicos han sido de mayor envergadura, para lo cual han marcado notoriamente algunos sectores vulnerables en ciertas estructuras, un análisis y evaluación ingenieril, que deberá realizar el ingeniero estructural consiste en un estudio detallado, los cálculos estructurales y una evaluación cuantitativa de daños en la estructura[8].

El diseño y desarrollo de sistemas que permitan recolectar, procesar, almacenar e integrar la información asociada al monitoreo periódico de la condición de las estructuras civiles como edificios y puentes, representa un gran reto desde el punto de vista Tecnológico[9]. El estado debe garantizar la seguridad de las construcciones mediante la emisión de reglamentos de construcción, los requisitos técnicos que deben de sujetarse a control riguroso a fin que satisfagan las condiciones de habitabilidad, seguridad, higiene, comodidad, accesibilidad y buen aspecto[10].

### 2.3.3 Análisis Estructural de armadura planas

El análisis de las armaduras se basa en la siguiente hipótesis:

- Todos los elementos están conectados en sus extremos por articulaciones sin fricción en armaduras planas y por rotulas sin fricción en armaduras espaciales o en tres dimensiones.
- Todas las cargas y reacciones de los apoyos están aplicadas en los nudos.
- El eje centroidal de cada elemento coincide con la línea que conecta los centros de nudos adyacentes.

La razón de realizar estas hipótesis es para obtener la armadura ideal cuyos elementos están sujetos solo a carga axial[11].

#### Grado de indeterminación estática

Indeterminación estática total

$$IE_{Total} = IE_{Externa} + IE_{Interna} \quad (1)$$

$$IE_{total} = b + r - 2n \quad (2)$$

Donde:

b= barras

r= reacciones totales

n=nudos

*Indeterminación externa:*

$$IE_{externa} = \#Reacciones - \#de Ec. Estática \quad (3)$$

*Indeterminación interna:*

$$IE_{interna} = IE_{Total} - IE_{externa} \quad (4)$$

#### Estabilidad interna

La ecuación 1.1 expresa los requisitos para el mínimo número de elementos de una armadura plana de  $n$  numero de nudos que debe de contener, si quiere se internamente estable. Si una armadura plana contiene  $b$  elementos y  $n$  nudos, entonces si[11].

$$b < 2n - 3 \text{ La armadura es internamente estable} \quad (5)$$

$$b \geq 2n - 3 \text{ La Armadura es internamente inestable} \quad (6)$$

Es importante notar que, si bien es necesario el criterio anterior, no es suficiente para garantizar la estabilidad interna. Una armadura no solo debe de contener el suficiente número de elementos para satisfacer la condición de  $b \geq 2n - 3$ , sino que los elementos

además deben estar dispuestos adecuadamente. para asegurar la rigidez de toda la estructura[11].

Se pretende un enfoque con un método tradicional, que permite comprender el comportamiento y estabilidad que enmarca la armadura, tomando un modelo arquitectónico básico, manteniendo constante la geometría e interpretación de resultados[12].

### 2.3.4 Método de La flexibilidad

Coefficiente de la flexibilidad

$$\delta_{ij} = \int_0^L \frac{NU_i NU_j}{AE} dx = \sum \frac{NU_i NU_j L}{AE} \quad (7)$$

Desplazamientos en las redundantes

$$\Delta_{ij} = \int_0^L \frac{NU_i N_0}{AE} dx = \sum \frac{NU_i N_0 L}{AE} \quad (8)$$

Ecuación de compatibilidad de desplazamientos, método de la flexibilidad.

$$[F] * \{X\} + \{\Delta_0\} = \{\Delta_r\} \quad (9)$$

Donde:

[F]= Matriz de Flexibilidad

{X}=vector de Redundantes

{Δ<sub>0</sub>}=Vector de Desplazamientos

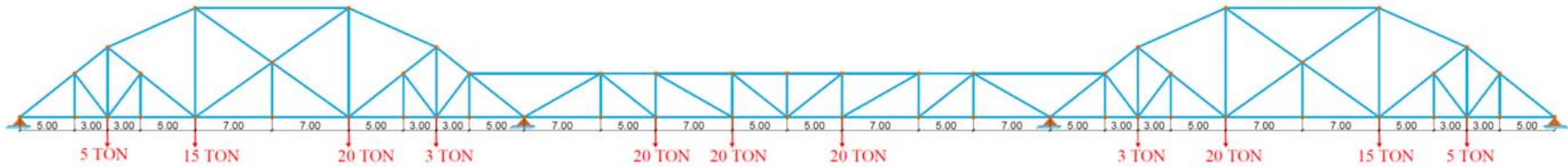
### 2.3.5 Matriz de Flexibilidad

La matriz de flexibilidad representa el patrón de desplazamiento de la estructura debido a una unidad de fuerza aplicado en el análisis, por lo que pueden usarse como desplazamientos nodales para calcular las deformaciones de los elementos estructurales[13].

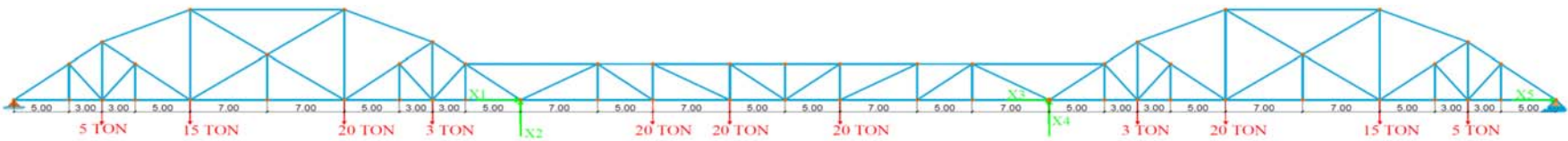
Para el desarrollo de este proyecto la representación de la matriz de flexibilidad [δ] queda de esta manera:

$$[\delta] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} & \delta_{15} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} & \delta_{25} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & \delta_{34} & \delta_{35} \\ \delta_{41} & \delta_{42} & \delta_{43} & \delta_{44} & \delta_{45} \\ \delta_{51} & \delta_{52} & \delta_{53} & \delta_{54} & \delta_{55} \end{bmatrix}$$

## 2.4 Planteamiento del problema



*Ilustración 1 Armadura Hiperestática*



*Ilustración 2 Armadura Libre o Isostática*

$$\sum M_A = 0$$

$$-5 \text{ ton} (8\text{m}) - 15 \text{ ton} (16\text{m}) - 20\text{ton}(30\text{m}) - 3\text{ton}(38\text{m}) - 20\text{ton}(58\text{m}) - 20\text{ton}(65\text{m}) - 20\text{ton}(75\text{m}) - 3\text{ton}(102\text{m}) - 20\text{ton}(110\text{m}) - 15\text{ton}(124\text{m}) - 5\text{ton}(132) - B_y(140) = 0$$

$$B_y = 71.286 \text{ ton}$$

$$A_y = 74.714 \text{ ton} \quad \text{Ver anexo 1. Planos}$$



## PROCEDIMIENTO

### Datos:

$$E= 20389019.2 \text{ Ton/m}^2$$

Módulo de elasticidad del Acero A36

$$A=0.00366 \text{ m}^2$$

Sección tubo de Acero de:

Diámetro= 20 cm y espesor= 6 mm

1. Grado de indeterminación Estática, hiperasticidad e Inestabilidad

Indeterminación estática total

$$IE_{Total} = IE_{Externa} + IE_{Interna}$$

$$IE_{total} = b + r - 2n$$

$$IE_{total} = 107 + 8 - 2(54)$$

$$IE_{total} = 7$$

Donde:

$$b= \text{barras}=107$$

$$r= \text{reacciones totales}=8$$

$$n= \text{nodos}=54$$

Indeterminación externa:

$$IE_{externa} = \# \text{Reacciones} - \# \text{de Ec. Estática}$$

$$IE_{externa} = 8 - 3$$

$$IE_{externa} = 5$$

Indeterminación interna:

$$IE_{interna} = IE_{Total} - IE_{externa}$$

$$IE_{interna} = 7 - 5$$

$$IE_{interna} = 2$$

Estabilidad Interna:

$$b \geq 2n - 3$$

$$107 \geq 2(54) - 3$$

$$107 \geq 105$$

La Armadura es estable y estáticamente indeterminada.

Hallar las redundantes a partir de la aplicación del método de la flexibilidad en armaduras consiste en encontrar las fuerzas internas de los elementos que la conforman, en la estructura libre o isostática: ver ilustración 2.

Para una mejor explicación del proceso se en lista a las fuerzas axiales de la siguiente

manera.

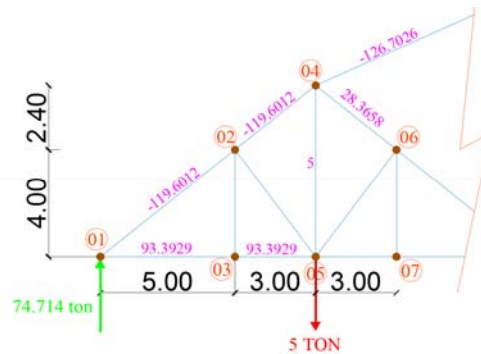
- **N0**= fuerzas internas de los elementos con las cargas reales.
- **NU1**= fuerzas internas de los elementos para la primera redundante (X1).
- **NU2**=fuerzas internas de los elementos para la segunda redundante (X2).
- **NU3**= fuerzas internas de los elementos para la tercera redundante (X3).
- **NU4**= fuerzas internas de los elementos para la cuarta redundante (X4).
- **NU5**= fuerzas internas de los elementos para la quinta redundante (X5)

La redundantes se aprecian en la Ilustración 2.

2. Encontrar las fuerzas internas para las cargas reales en la estructura liberada, N0, por el método complementario como es el método de los nodos y el método de las secciones.

**Ver anexos 1 Y Anexo 2.** En donde se detalla los cortes y los nudos para encontrar las axiales de los elementos

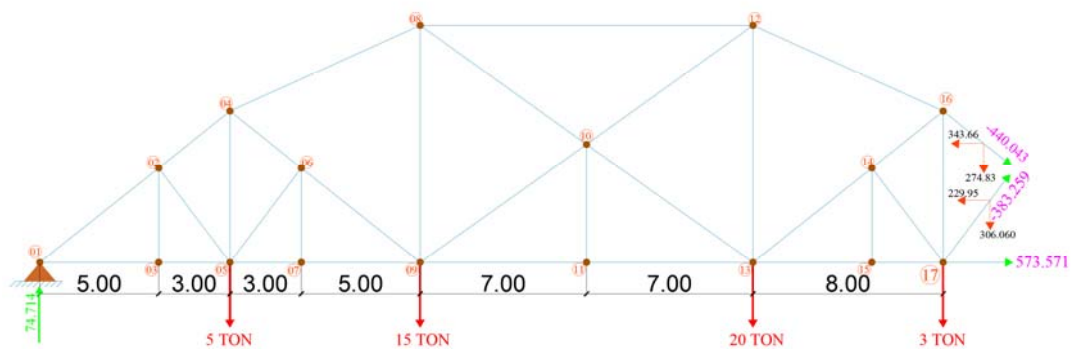
Corte de Armadura para N0.



*Ilustración 3 Corte vertical de Armadura*

NUDO 1.

APLICANDO EL MÉTODO DE LAS SECCIONES



*Ilustración 4 Corte método de las secciones*

Aplicando sumatoria de momentos en el nudo 17:

$$\sum M_{17} = 0$$

$$Tx_{16} (6.4) - 74.714(38) + 5(30) + 15(22) + 20(8) = 0$$

$$Tx_{16-18} = 341.97 \text{ ton}$$

Y encontramos la fuerza axial de la barra #33:

$$T_{16-18} = \frac{343.66}{\cos 38.65^\circ} = 440.043 \text{ Ton}$$

$$Ty_{16-18} = 440.043 \text{ sen}(38.65^\circ) = 274.928 \text{ Ton}$$

$$\sum Fy = 0$$

$$74.714 - 5 - 15 - 20 - 3 - 276.928 - Ty_{17} = 0$$

$$Ty_{17-18} = 306.060 \text{ Ton}$$

Y encontramos la fuerza axial de la barra #34:

$$T_{17-18} = \frac{306.06 \text{ ton}}{\text{sen}(53.13^\circ)} = 383.259 \text{ Ton}$$

$$\sum Fx = 0$$

$$-343.91 - 229.95 + Ty_{17-19} = 0$$

Y obtenemos la tensión en la barra #35:

$$Ty_{17-19} = 573.571 \text{ Ton}$$

APLICANDO EL MÉTODO DE LOS NUDOS

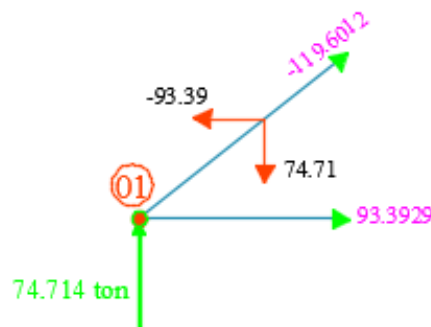


Ilustración 5 Corte nudo 1

$$\sum Fy = 0$$

$$74.714 - Ty_{1-2} = 0$$

$$Ty_{1-2} = -74.71 \text{ ton}$$

Entonces la tensión de la barra #1 es:

$$T = \frac{Ty_{1-2}}{\text{Sen } 38.65^\circ}$$

$$T = \frac{-74.71}{\text{Sen } 38.65^\circ} = -119.601 \text{ ton}$$

Entonces:

$$Tx_{1-2} = -119.601 * \cos(38.65^\circ)$$

$$Tx_{1-2} = -93.39 \text{ ton}$$

Entonces la fuerza axial en la barra #2 de:

$$\sum Fx = 0$$

$$-93.39 \text{ ton} + Tx_{1-3} = 0$$

$$Tx_{1-3} = 93.39 \text{ ton}$$

### Ver anexo 2.- Tablas

- Para los casos de las redundantes X1, X2, X3, X4, X5 consiste en aplicar una carga unitaria, es decir, cada redundante representaría una carga virtual en la armadura, para luego encontrar las fuerzas internas axiales. Ver Ilustración 2. Y de la misma manera con las ecuaciones de la estática encontramos las reacciones de la armadura, para luego proceder a encontrar las fuerzas internas axiales, por los métodos expuestos en el paso #2.
- Coefficientes de Flexibilidad, para el cálculo de los mismos se emplea la ecuación 2. Los mismos coeficientes que conforman la matriz de flexibilidad.

$$\delta_{11} = \sum \frac{NU_1^2 * L}{AE}$$

Para la barra #2:

$$\delta_{22} = \sum \frac{NU_2^2 * L_2}{AE} = \frac{(-008393 \text{ Ton})^2 (5 \text{ m})}{(0.0036 \text{ m}^2) (20389019.2 \frac{T}{\text{m}^2})} = 0.000048 \text{ Ton.m}$$

Entonces  $\delta_{22}$  representa la suma de los coeficientes de flexibilidad de toda la armadura para la redundante X2. Ver Anexo 2.

Y se lo puede definir de la siguiente manera:

$$\delta_{ii} = \sum \frac{NU_i^2 * L}{AE} = \delta_{11} = \frac{NU_1^2 * L_1}{AE} + \frac{NU_1^2 * L_2}{AE} + \dots + \frac{NU_1^2 * L_{107}}{AE} = 0.00060$$

Barra #1 + Barra#2 + ... + Barra #107

Y para el siguiente caso:

$$\delta_{ij} = \sum \frac{NU_i NU_j * L}{AE} = \delta_{12} = \frac{NU_1 \cdot NU_2 * L_1}{AE} + \frac{NU_1 \cdot NU_2 * L_2}{AE} + \dots + \frac{NU_1 \cdot NU_2 * L_{107}}{AE} = -0.00164$$

5. Coeficientes de desplazamientos en las redundantes, para el cálculo de los mismo se emplea la ecuación 8. Los mismos que conforman la matriz de desplazamientos.

$$\Delta_{ij} = \int_0^L \frac{NU_i N0}{AE} dx = \sum \frac{NU_i N0L}{AE}$$

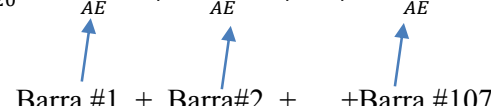
**Para la barra #2:**

$$\Delta_{20} = \sum \frac{NU_2 * N0 * L_2}{AE} = \frac{(-0.839 \text{ Ton})(93.393 \text{ Ton}) * (5m)}{(0.0036 \text{ m}^2)(20389019.2 \frac{T}{\text{m}^2})} = -0.00053 \text{ ton.m}$$

Entonces  $\Delta_{22}$  representa la suma de los coeficientes de desplazamientos de toda la armadura para la redundante X2. Ver Anexo 2.

Y se lo puede definir de la siguiente manera:

$$\Delta_{ij} = \sum \frac{NU_i N0L}{AE} = \Delta_{20} = \frac{NU_2 \cdot N0 \cdot L_1}{AE} + \frac{NU_2 \cdot N0 \cdot L_2}{AE} + \dots + \frac{NU_2 \cdot N0 \cdot L_{107}}{AE} = -7.364 \text{ Ton.m}$$



**Ver anexo 3.** Tabla de Coeficientes de Desplazamientos

6. Matriz de Flexibilidad, consiste a partir de los de la sumatoria de todos coeficientes flexibilidad descrito en el paso #4, armar una matriz de 5x5, en la elaboración de la matriz de flexibilidad

**Ver anexo 2 tablas.**

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} & \delta_{15} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} & \delta_{25} \\ \delta_{31} & \delta_{232} & \delta_{33} & \delta_{34} & \delta_{35} \\ \delta_{41} & \delta_{42} & \delta_{43} & \delta_{44} & \delta_{45} \\ \delta_{51} & \delta_{52} & \delta_{53} & \delta_{54} & \delta_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00060 & -0.00164 & 0.00060 & -0.00080 & 0.00060 \\ -0.00164 & 0.06830 & -0.00540 & 0.05931 & -0.00620 \\ 0.00060 & -0.00540 & 0.00125 & -0.00456 & 0.00125 \\ -0.00080 & 0.05931 & -0.00456 & 0.06830 & -0.00620 \\ 0.00060 & -0.00620 & 0.00125 & -0.00620 & 0.00185 \end{bmatrix}$$

7. Vector de desplazamientos de las redundantes. Consiste a partir de la sumatoria de los coeficientes de desplazamientos descrito en el paso # 5 elaboramos una matriz de 1x5. Ver Anexo 2.

$$\begin{bmatrix} \Delta_{10} \\ \Delta_{20} \\ \Delta_{30} \\ \Delta_{40} \\ \Delta_{50} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.14757 \\ -7.36405 \\ 0.58705 \\ -7.25367 \\ 0.72625 \end{bmatrix}$$

## 8. Ecuaciones de compatibilidad de desplazamientos

$$[F] * \{X\} + \{\Delta_0\} = \{\Delta_r\}$$

**Despejando tenemos:**

$$\{X\} = [F]^{-1} * \{-\Delta_0\}$$

Y encontramos las redundantes a partir de la matriz de flexibilidad y matriz de desplazamientos

$$\begin{Bmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \\ X5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00060 & -0.00164 & 0.00060 & -0.00080 & 0.00060 \\ -0.00164 & 0.06830 & -0.00540 & 0.05931 & -0.00620 \\ 0.00060 & -0.00540 & 0.00125 & -0.00456 & 0.00125 \\ -0.00080 & 0.05931 & -0.00456 & 0.06830 & -0.00620 \\ 0.00060 & -0.00620 & 0.00125 & -0.00620 & 0.00185 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{Bmatrix} -0.14757 \\ +7.36405 \\ -0.58705 \\ +7.25367 \\ -0.72625 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \\ X5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 15.922 \text{ Ton} \\ 62.747 \text{ Ton} \\ -12.174 \text{ Ton} \\ 50.079 \text{ Ton} \\ -11.082 \text{ Ton} \end{Bmatrix}$$

9. Encontrando matricialmente las redundantes, a partir de este momento encontraremos en la Armadura original hiperestática, con las ecuaciones de equilibrio de la estática y encontramos las reacciones en el nudo A y B reales. Ver Anexo 1.- en donde se detalla el esquema de las reacciones o fuerzas externas de la estructura.

$$\sum F_x = 0$$

$$Ax + 15.922 \text{ ton} - 12.174 \text{ Ton} - 11.082 \text{ Ton} = 0$$

$$\mathbf{Ax = 7.407 \text{ Ton}}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$\begin{aligned} & -5 \text{ ton} (8m) - 15 \text{ ton} (16m) - 20\text{ton}(30m) - 3\text{ton}(38m) + 62.74 \text{ Ton}(46) \\ & - 20\text{ton}(58m) - 20\text{ton}(65)m - 20\text{ton}(75m) + 50.125 \text{ Ton}(94m) \\ & - 3\text{ton}(102m) - 20\text{ton}(110m) - 15\text{ton}(124m) - 5\text{ton}(132m) \\ & - By(140m) = 0 \end{aligned}$$

$$\mathbf{By = 17.029 \text{ Ton}}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\begin{aligned} & Ay - 5 \text{ Ton} - 15 \text{ Ton} - 20\text{Ton} - 3\text{ton} + 62.74 \text{ Ton} - 20\text{ton} - 20\text{ton} - 20\text{ton} \\ & + 50.125 \text{ Ton} - 3\text{ton} - 20\text{ton} - 15\text{ton} - 5\text{ton} - 17.029 = 0 \end{aligned}$$

$$\mathbf{Ay = 16.146 \text{ Ton}}$$

10. Una vez encontradas las reacciones externas de la armadura en los apoyos fijos, encontramos las fuerzas internas axiales reales de los elementos, por los métodos de los nudos y de las secciones, descritos en el paso #2. ver Anexo 1. Planos.

### 3. CONCLUSIONES

El procedimiento de cálculo realizado en este trabajo se basa en el método de la flexibilidad para armaduras donde se emplean los principios básicos de la estática y resistencia de materiales, esta metodología de análisis.

El grado de indeterminación Estática se realizó con 5 redundantes externas, hiperasticidad e Inestabilidad nos da como resultado de la armadura es estable y estáticamente indeterminada.

Los valores de las redundantes externas obtenidas por el análisis son:  $X_1 = 15.922$  ton,  $X_2 = 62.747$  Ton,  $X_3 = -12.174$  Ton,  $X_4 = 50.079$  Ton,  $X_5 = -11.082$  Ton.

Los valores de las fuerzas axiales finales son para las 107 barras dentro de la armadura plana hiperestática se los puede apreciar en el anexo 1.- Planos.

Desde el punto de vista cognitivo, se describe un proceso secuencial para obtener la solución a redundantes o incógnitas, fuerzas internas o externas dependiendo del caso de estudio, que gracias a sus propiedades lineales sintetiza un proceso, logrando una solución versátil en el desarrollo de Análisis Estructural de Armaduras Hiperestáticas.

#### 4. BIBLIOGRAFIA

- [1] M. R. Pallares Muñoz and W. Rodríguez Calderón, “Optimización del diseño en armaduras,” *Ing. y Región*, ISSN 1657-6985, N°. 11, 2014, págs. 91-100, no. 11, pp. 91–100, 2014.
- [2] A. López Litvinovich, P. Martín Rodríguez, and A. E. Castañeda Hevia, *Revista de arquitectura e ingeniería*, vol. 12, no. 1. Empresa de Proyectos de Arquitectura e Ingeniería, 2018.
- [3] A. McKay, G. N. Stiny, and A. de Pennington, “Principles for the definition of design structures,” *Int. J. Comput. Integr. Manuf.*, vol. 29, no. 3, pp. 237–250, Mar. 2016.
- [4] G. S. Silva, “Método Matricial para el Análisis de Armaduras Planas y Espaciales,” *L’esprit Ingénieux*, vol. 7, no. 1, Oct. 2016.
- [5] G. G. del Solar, P. E. Martín, F. A. Calderón, N. G. Maldonado, and I. A. Maldonado, *Importancia de la modelación numérica en la puesta en valor de estructuras patrimoniales de mampostería en zona sísmica*, vol. 4, no. 3. Asociación Latinoamericana de Control de Calidad, Patología y Recuperación de la Construcción, A.C, 2014.
- [6] R. R. Souza *et al.*, “A Backtracking Search Algorithm for the Simultaneous Size, Shape and Topology Optimization of Trusses,” *Lat. Am. J. Solids Struct.*, vol. 13, no. 15, pp. 2922–2951, Dec. 2016.
- [7] A. R. Martínez and J. A. Quintana, “Obtaining the matrix  $P q = kA$  by the superposition principle and use,” 2016.
- [8] G. Morejón-Blanco, K. Leyva-Chang Bárbara Rachel Arco-Medina, cenaiscu Teléfono, K. Leyva-Chang, B. Rachel Arco-Medina, and megacencigesinfcu Empresa de, “EVALUACIÓN DE LA SEGURIDAD ESTRUCTURAL DE EDIFICACIONES POSTERREMOTOS POST-EARTHQUAKE ASSESSMENT OF BUILDINGS STRUCTURAL SAFETY Autores.”
- [9] C. Garita, “Enfoques de integración de información para sistemas de monitoreo de salud estructural de puentes,” *Rev. Tecnol. en Marcha*, vol. 29, no. 1, p. 96, 2016.
- [10] J. J. Pérez-Gavilán, J. Aguirre, and L. Ramírez, “Sismicidad y seguridad estructural en las construcciones: lecciones aprendidas en México,” *Salud Publica Mex.*, vol. 60, no. Supl.1, p. 41, Mar. 2018.



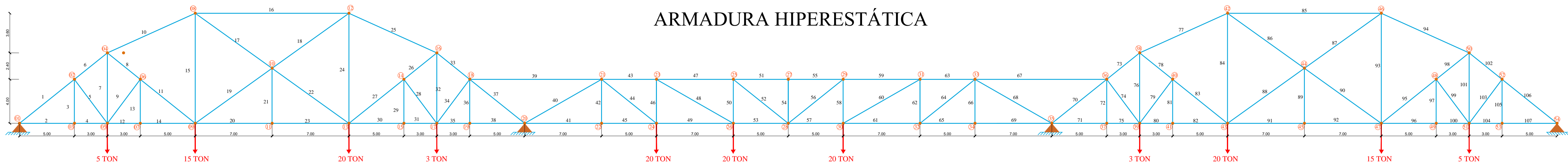
- [11] A. Kassimali, “Análisis Estructural,” in *Análisis Estructural*, Quinta Edi., CENGAGE learning, Ed. Mexico DF, 2015, p. 817.
- [12] A. Segovia, A. Fuertes, A. Segovia, and A. Fuertes, “Enfoque para el análisis estructural y protección sísmica de edificaciones patrimoniales, a partir de la caracterización de sus particularidades técnicas,” *Rev. Ing. construcción*, vol. 33, no. 3, pp. 315–326, Dec. 2018.
- [13] S. M. Seyedpoor and M. Montazer, “A damage identification method for truss structures using a flexibility-based damage probability index and differential evolution algorithm,” *Inverse Probl. Sci. Eng.*, vol. 24, no. 8, pp. 1303–1322, Oct. 2016.

## **5. ANEXOS**

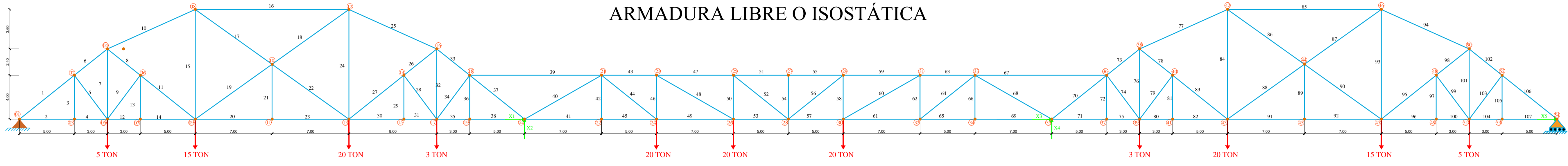
**Anexo 1.-** Planos

**Anexo 2.-** Memoria de Calculo, Tabla de Fuerzas Axiales de las Barras, coeficientes de flexibilidad y coeficientes de desplazamiento.

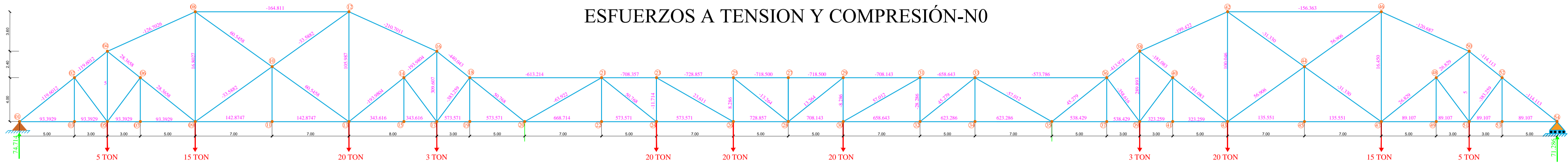
### ARMADURA HIPERESTÁTICA



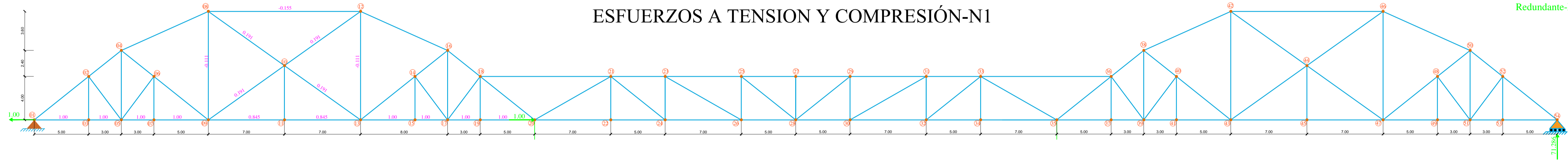
### ARMADURA LIBRE O ISOSTÁTICA



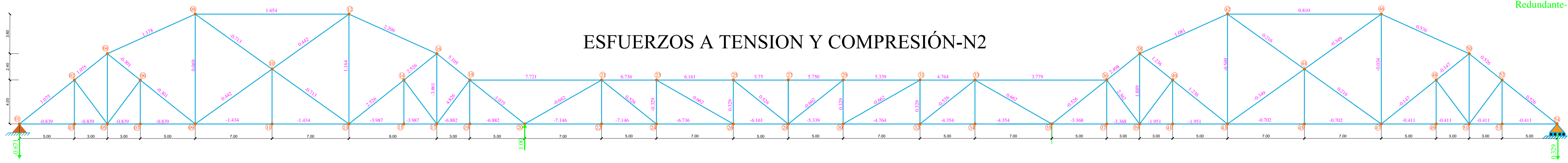
### ESFUERZOS A TENSION Y COMPRESIÓN-N0



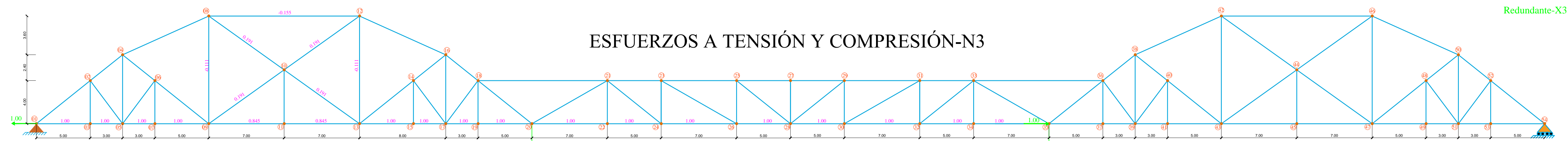
### ESFUERZOS A TENSION Y COMPRESIÓN-N1



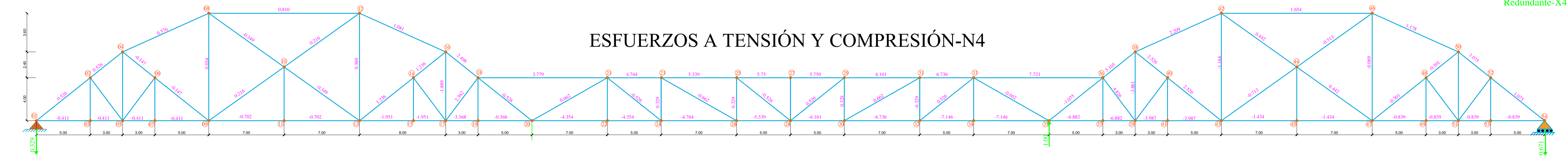
### ESFUERZOS A TENSION Y COMPRESIÓN-N2



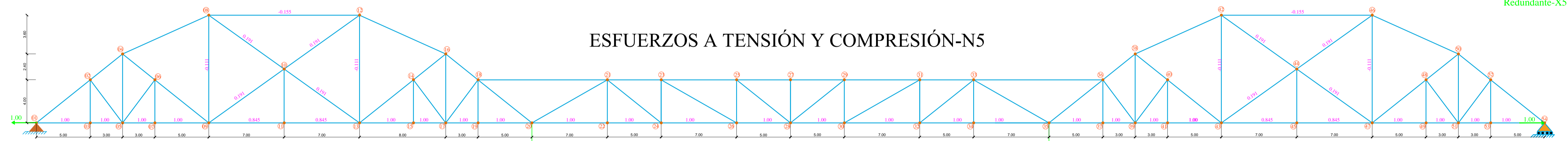
<b>PROYECTO:</b> ARMADURAS PLANA POR EL MÉTODO DE LA FLEXIBILIDAD	
UNIDAD ACADÉMICA DE INGENIERIA CIVIL	
<b>ESCALA:</b> 1:200	
MACHALA, AGOSTO DE 2019	
<b>TUTOR:</b> ING. DAVID PANTOJA	
DIEGO ARMANDO LEÓN QUISHPE	
<b>CONTENIDO DE LAMINA:</b> <b>Analisis Estructural Armadura</b>	<b>LAMINA:</b> <b>1 DE 2</b>



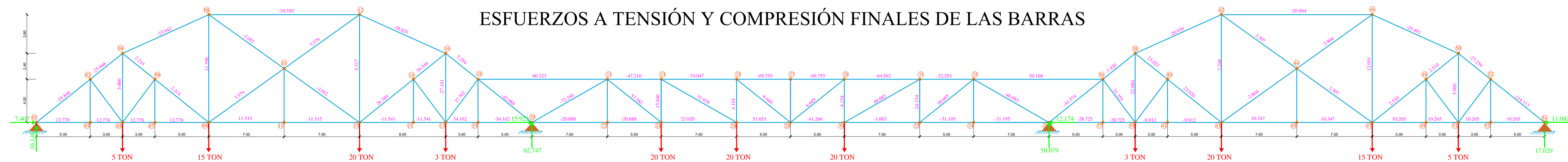
Redundante-X3



Redundante-X4



Redundante-X5



### ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD DE LOS DESPLAZAMIENTOS

$$[\delta] * \{X\} + \{\Delta\} = 0$$

Despejando la expresión:

$$\{X\} = -[\delta]^{-1} * \{\Delta\}$$

$$\begin{Bmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \\ X5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00060 & -0.00164 & 0.00060 & -0.00080 & 0.00060 \\ -0.00164 & 0.06830 & -0.00540 & 0.05931 & -0.00620 \\ 0.00060 & -0.00540 & 0.00125 & -0.00456 & 0.00125 \\ -0.00080 & 0.05931 & -0.00456 & 0.06830 & -0.00620 \\ 0.00060 & -0.00620 & 0.00125 & -0.00620 & 0.00185 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{Bmatrix} -0.14757 \\ +7.36405 \\ -0.58705 \\ +7.25367 \\ -0.72625 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \\ X5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 15.922 \text{ Ton} \\ 62.747 \text{ Ton} \\ -12.174 \text{ Ton} \\ 50.079 \text{ Ton} \\ -11.082 \text{ Ton} \end{Bmatrix}$$

**PROYECTO:**  
ARMADURAS PLANA POR EL MÉTODO DE LA FLEXIBILIDAD

UNIDAD ACADÉMICA DE INGENIERIA CIVIL  
**ESCALA:** 1:200  
MACHALA, AGOSTO DE 2019  
**TUTOR:** ING. DAVID PANTOJA  
DIEGO ARMANDO LEÓN QUISHPE

**CONTENIDO DE LAMINA:** Analisis Estructural Armadura  
**LAMINA:** 2 DE 2



ANEXO 2:

BARRA	L	$\frac{L}{AE}$	NU1	NU2	NU3	NU4	NU5	$\sum \frac{NU_1^2 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_2^2 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_3^2 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_4^2 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_5^2 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_1 \cdot NU_2 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_1 \cdot NU_3 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_1 \cdot NU_4 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_1 \cdot NU_5 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_2 \cdot NU_3 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_2 \cdot NU_4 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_2 \cdot NU_5 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_3 \cdot NU_4 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_3 \cdot NU_5 \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_4 \cdot NU_5 \cdot L}{AE}$	NO	$\sum \frac{NU_1 \cdot NO \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_2 \cdot NO \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_3 \cdot NO \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_4 \cdot NO \cdot L}{AE}$	$\sum \frac{NU_5 \cdot NO \cdot L}{AE}$	
1	6.4	8.72E-05	0	1.07	0	0.53	0	0	0.0001008	0	2.41E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-119.601	0.000	-0.011	0.000	-0.005	0.000
2	5	6.81E-05	1	-0.84	1	-0.41	1	6.81E-05	4.799E-05	6.81E-05	1.15E-05	6.81E-05	-5.71727E-05	6.81195E-05	-2.79767E-05	6.81195E-05	-5.71727E-05	2.34808E-05	-5.71727E-05	-2.79767E-05	6.81195E-05	-2.79767E-05	93.393	0.006	-0.005	0.006	-0.003	0.006	
3	4	5.45E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	3	4.09E-05	1	-0.84	1	-0.41	1	4.09E-05	2.879E-05	4.09E-05	6.89E-06	4.09E-05	-3.43036E-05	4.08717E-05	-1.6786E-05	4.08717E-05	-3.43036E-05	1.40885E-05	-3.43036E-05	-1.6786E-05	4.08717E-05	-1.6786E-05	93.393	0.004	-0.003	0.004	-0.002	0.004	
5	5	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
6	3.84	5.23E-05	0	1.07	0	0.53	0	0	6.047E-05	0	1.45E-05	0	0	0	0	0	0	2.95918E-05	0	0	0	0	0	-119.601	0.000	-0.007	0.000	-0.003	0.000
7	6.4	8.72E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	3.84	5.23E-05	0	-0.3	0	-0.15	0	0	4.742E-06	0	1.14E-06	0	0	0	0	0	0	2.32075E-06	0	0	0	0	0	28.366	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9	5	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	8.77	1.20E-04	0	1.18	0	0.58	0	0	0.0001659	0	3.97E-05	0	0	0	0	0	0	8.11697E-05	0	0	0	0	0	-126.703	0.000	-0.018	0.000	-0.009	0.000
11	6.4	8.72E-05	0	-0.3	0	-0.15	0	0	7.898E-06	0	1.89E-06	0	0	0	0	0	0	3.86643E-06	0	0	0	0	0	28.366	0.000	-0.001	0.000	0.000	0.000
12	3	4.09E-05	1	-0.84	1	-0.41	1	4.09E-05	2.879E-05	4.09E-05	6.89E-06	4.09E-05	-3.43036E-05	4.08717E-05	-1.6786E-05	4.08717E-05	-3.43036E-05	1.40885E-05	-3.43036E-05	-1.6786E-05	4.08717E-05	-1.6786E-05	93.393	0.004	-0.003	0.004	-0.002	0.004	
13	4	5.45E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
14	5	6.81E-05	1	-0.84	1	-0.41	1	6.81E-05	4.799E-05	6.81E-05	1.15E-05	6.81E-05	-5.71727E-05	6.81195E-05	-2.79767E-05	6.81195E-05	-5.71727E-05	2.34808E-05	-5.71727E-05	-2.79767E-05	6.81195E-05	-2.79767E-05	93.393	0.006	-0.005	0.006	-0.003	0.006	
15	10	1.36E-04	-0.11	-0.07	-0.11	-0.03	-0.11	1.68E-06	6.486E-07	1.68E-06	1.57E-07	1.68E-06	1.04345E-06	1.6786E-06	5.14166E-07	1.6786E-06	1.04345E-06	3.1916E-07	1.04345E-06	5.14166E-07	1.6786E-06	5.14166E-07	16.803	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
16	14	1.91E-04	-0.16	1.65	-0.16	0.81	-0.16	4.58E-06	0.0005218	4.58E-06	0.000125	4.58E-06	-4.88986E-05	4.5824E-06	-2.39349E-05	4.5824E-06	-4.88986E-05	0.000255408	-4.88986E-05	-2.39349E-05	4.5824E-06	-2.39349E-05	-164.811	0.005	-0.052	0.005	-0.025	0.005	
17	8.6	1.17E-04	0.19	-0.71	0.19	-0.35	0.19	4.28E-06	5.958E-05	4.28E-06	1.43E-05	4.28E-06	-1.59597E-05	4.27531E-06	-7.80971E-06	4.27531E-06	-1.59597E-05	2.91535E-05	-1.59597E-05	-7.80971E-06	4.27531E-06	-7.80971E-06	60.546	0.001	-0.005	0.001	-0.002	0.001	
18	8.6	1.17E-04	0.19	0.44	0.19	0.22	0.19	4.28E-06	2.29E-05	4.28E-06	5.49E-06	4.28E-06	9.89364E-06	4.27531E-06	4.84386E-06	4.27531E-06	9.89364E-06	1.12093E-05	9.89364E-06	4.84386E-06	4.27531E-06	4.84386E-06	-33.588	-0.001	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	
19	8.6	1.17E-04	0.19	0.44	0.19	0.22	0.19	4.28E-06	2.29E-05	4.28E-06	5.49E-06	4.28E-06	9.89364E-06	4.27531E-06	4.84386E-06	4.27531E-06	9.89364E-06	1.12093E-05	9.89364E-06	4.84386E-06	4.27531E-06	4.84386E-06	-33.588	-0.001	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	
20	7	9.54E-05	0.85	-1.43	0.85	-0.7	0.85	6.81E-05	0.0001962	6.81E-05	4.7E-05	6.81E-05	-0.000115575	6.80946E-05	-5.65709E-05	6.80946E-05	-0.000115575	9.60165E-05	-0.000115575	-5.65709E-05	6.80946E-05	-5.65709E-05	142.875	0.012	-0.020	0.012	-0.010	0.012	
21	5	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
22	8.6	1.17E-04	0.19	-0.71	0.19	-0.35	0.19	4.28E-06	5.958E-05	4.28E-06	1.43E-05	4.28E-06	-1.59597E-05	4.27531E-06	-7.80971E-06	4.27531E-06	-1.59597E-05	2.91535E-05	-1.59597E-05	-7.80971E-06	4.27531E-06	-7.80971E-06	60.546	0.001	-0.005	0.001	-0.002	0.001	
23	7	9.54E-05	0.85	-1.43	0.85	-0.7	0.85	6.81E-05	0.0001962	6.81E-05	4.7E-05	6.81E-05	-0.000115575	6.80946E-05	-5.65709E-05	6.80946E-05	-0.000115575	9.60165E-05	-0.000115575	-5.65709E-05	6.80946E-05	-5.65709E-05	142.875	0.012	-0.020	0.012	-0.010	0.012	
24	10	1.36E-04	-0.11	-1.16	-0.11	-0.57	-0.11	1.68E-06	0.0001844	1.68E-06	4.42E-05	1.68E-06	1.75951E-05	1.6786E-06	8.61076E-06	1.6786E-06	1.75951E-05	9.02579E-05	1.75951E-05	8.61076E-06	1.6786E-06	8.61076E-06	105.987	-0.002	-0.017	-0.002	-0.008	-0.002	
25	8.77	1.20E-04	0	2.21	0	1.08	0	0	0.0005831	0	0.00014	0	0	0	0	0	0	0.000285359	0	0	0	0	0	-210.701	0.000	-0.056	0.000	-0.027	0.000
26	3.84	5.23E-05	0	2.53	0	1.24	0	0	0.0003339	0	8E-05	0	0	0	0	0	0	0.000163409	0	0	0	0	0	-193.98	0.000	-0.026	0.000	-0.013	0.000
27	6.4	8.72E-05	0	2.53	0	1.24	0	0	0.0005565	0	0.000133	0	0	0	0	0	0	0.000272334	0	0	0	0	0	-193.98	0.000	-0.043	0.000	-0.021	0.000
28	5	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
29	4	5.45E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
30	5	6.81E-05	1	-3.99	1	-1.95	1	6.81E-05	0.0010826	6.81E-05	0.000259	6.81E-05	-0.000271565	6.81195E-05	-0.000132901	6.81195E-05	-0.000271565	0.000529823	-0.000271565	-0.000132901	6.81195E-05	-0.000132901	343.616	0.023	-0.093	0.023	-0.046	0.023	
31	3	4.09E-05	1	-3.99	1	-1.95	1	4.09E-05	0.0006496	4.09E-05	0.000156	4.09E-05	-0.000162939	4.08717E-05	-7.97406E-05	4.08717E-05	-0.000162939	0.000317894	-0.000162939	-7.97406E-05	4.08717E-05	-7.97406E-05	343.616	0.014	-0.056	0.014	-0.027	0.014	
32	6.4	8.72E-05	0	-3.86	0	-1.89	0	0	0.0012998	0	0.000311	0	0	0	0	0	0	0.000636036	0	0	0	0	0	309.607	0.000	-0.104	0.000	-0.051	0.000
33	3.84	5.23E-05	0	5.11	0	2.5	0	0	0.0013643	0	0.000327	0	0	0	0	0	0	0.000667639	0	0	0	0	0	-440.043	0.000	-0.118	0.000	-0.058	0.000
34	5	6.81E-05	0	4.83	0	2.36	0	0	0.0015865	0	0.00038	0	0	0	0	0	0	0.000776347	0	0	0	0	0	-383.259	0.000	-0.126	0.000	-0.062	0.000
35	3	4.09E-05	1	-6.88	1	-3.37	1	4.09E-05	0.0019358	4.09E-05	0.000464	4.09E-05	-0.000281283	4.08717E-05	-0.000137656	4.08717E-05	-0.000281283	0.000947361	-0.000281283	-0.000137656	4.08717E-05	-0.000137656	573.571	0.023	-0.161	0.023	-0.079	0.023	
36	4	5.45E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
37	6.4	8.72E-05	0	-1.07	0	-0.53	0	0	0.0001008	0	2.41E-05	0	0	0	0	0	0	4.93172E-05	0	0	0	0	0	50.768	0.000	-0.005	0.000	-0.002	0.000
38	5	6.81E-05	1	-6.88	1	-3.37	1	6.81E-05	0.0032264	6.81E-05	0.000773	6.81E-05	-0.000468805	6.81195E-05	-0.000229426	6.81195E-05	-0.000468805	0.001578935	-0.000468805	-0.000229426	6.81195E-05	-0.000229426	573.571	0.039	-0.269	0.039	-0.132	0.039	
39	12	1.63E-04	0	7.72	0	3.78	0	0	0.0097471	0	0.002334	0	0	0	0	0	0	0.004769901	0	0	0	0	0	-613.214	0.000	-0.774	0.000	-0.379	0.000
40	8.06	1.10E-04	0	-0.66	0	0.66	0	0	0.004818E-05	0	4.82E-05	0	0	0	0	0	0	-4.81785E-05	0	0	0	0	0	-63.922	0.000	0.005	0.000	-0.005	0.000
41	7	9.54E-05	0	-7.15	1	-4.35	1	0	0.0048705	9.54E-05	0.001808	9.54E-05	0	0	0	0	-0.000681532	0.00296712	-0.000										

BARRA	L	$\frac{L}{AE}$	NU1	NU2	NU3	NU4	NU5	$\sum \frac{NU_1^2 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_2^2 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_3^2 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_4^2 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_5^2 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_1 * NU_2 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_1 * NU_3 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_1 * NU_4 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_1 * NU_5 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_2 * NU_3 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_2 * NU_4 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_2 * NU_5 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_3 * NU_4 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_3 * NU_5 * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_4 * NU_5 * L}{AE}$	NO	$\sum \frac{NU_1 * NO * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_2 * NO * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_3 * NO * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_4 * NO * L}{AE}$	$\sum \frac{NU_5 * NO * L}{AE}$	
66	4	5.45E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
67	12	1.63E-04	0	3.78	0	7.72	0	0	0.0023342	0	0.009747	0	0	0	0	0	0	0	0.004769901	0	0	0	0	-573.786	0.000	-0.354	0.000	-0.724	0.000
68	8.6	1.17E-04	0	0.66	0	-0.66	0	0	5.141E-05	0	5.14E-05	0	0	0	0	0	0	0	-5.14056E-05	0	0	0	0	-57.012	0.000	-0.004	0.000	0.004	0.000
69	7	9.54E-05	0	-4.35	1	-7.15	1	0	0.0018076	9.54E-05	0.004871	9.54E-05	0	0	0	0	-0.000415191	0.00296712	-0.000415191	-0.000681532	9.53672E-05	-0.000681532	623.286	0.000	-0.259	0.059	-0.425	0.059	
70	6.4	8.72E-05	0	-0.53	0	-1.07	0	0	2.414E-05	0	0.000101	0	0	0	0	0	0	0	4.93172E-05	0	0	0	0	45.279	0.000	-0.002	0.000	-0.004	0.000
71	5	6.81E-05	0	-3.37	0	-6.88	1	0	0.0007727	0	0.003226	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	0.001578888	-0.00022942	0	0	-0.000468805	538.429	0.000	-0.124	0.000	-0.252	0.037
72	4	5.45E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
73	3.84	5.23E-05	0	2.5	0	5.11	0	0	0.0003267	0	0.001364	0	0	0	0	0	0	0	0.000667639	0	0	0	0	-413.973	0.000	-0.054	0.000	-0.111	0.000
74	5	6.81E-05	0	2.36	0	4.83	0	0	0.0003799	0	0.001586	0	0	0	0	0	0	0	0.000776347	0	0	0	0	-358.616	0.000	-0.058	0.000	-0.118	0.000
75	3	4.09E-05	0	-3.37	0	-6.88	1	0	0.0004636	0	0.001936	4.09E-05	0	0	0	0	0	0	0.000947333	-0.000137652	0	0	-0.000281283	538.429	0.000	-0.074	0.000	-0.151	0.022
76	6.4	8.72E-05	0	-1.89	0	-3.86	0	0	0.0003112	0	0.0013	0	0	0	0	0	0	0	0.000635987	0	0	0	0	289.893	0.000	-0.048	0.000	-0.098	0.000
77	8.77	1.20E-04	0	1.08	0	2.21	0	0	0.0001396	0	0.000583	0	0	0	0	0	0	0	0.000285359	0	0	0	0	-199.422	0.000	-0.026	0.000	-0.053	0.000
78	3.84	5.23E-05	0	1.24	0	2.53	0	0	7.996E-05	0	0.000334	0	0	0	0	0	0	0	0.000163409	0	0	0	0	-181.083	0.000	-0.012	0.000	-0.024	0.000
79	5	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
80	3	4.09E-05	0	-1.95	0	-3.99	1	0	0.0001556	0	0.00065	4.09E-05	0	0	0	0	0	0	0.000317878	-7.97365E-05	0	0	-0.000162939	323.259	0.000	-0.026	0.000	-0.053	0.013
81	4	5.45E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
82	5	6.81E-05	0	-1.95	0	-3.99	1	0	0.0002593	0	0.001083	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	0.000529796	-0.000132894	0	0	-0.000271565	323.259	0.000	-0.043	0.000	-0.088	0.022
83	6.4	8.72E-05	0	1.24	0	2.53	0	0	0.0001333	0	0.000557	0	0	0	0	0	0	0	0.000272334	0	0	0	0	-181.083	0.000	-0.020	0.000	-0.040	0.000
84	10	1.36E-04	0	-0.57	0	-1.16	-0.11	0	4.417E-05	0	0.000184	1.68E-06	0	0	0	0	0	0	9.02579E-05	8.61076E-06	0	0	1.75951E-05	100.046	0.000	-0.008	0.000	-0.016	-0.002
85	14	1.91E-04	0	0.81	0	1.65	-0.16	0	0.000125	0	0.000522	4.58E-06	0	0	0	0	0	0	0.00025547	-2.39349E-05	0	0	-4.89104E-05	-156.363	0.000	-0.024	0.000	-0.049	0.005
86	8.6	1.17E-04	0	0.22	0	0.44	0.19	0	5.488E-06	0	2.29E-05	4.28E-06	0	0	0	0	0	0	1.1217E-05	4.84386E-06	0	0	9.90036E-06	-31.33	0.000	-0.001	0.000	-0.002	-0.001
87	8.6	1.17E-04	0	-0.35	0	-0.71	0.19	0	1.427E-05	0	5.96E-05	4.28E-06	0	0	0	0	0	0	2.91494E-05	-7.80971E-06	0	0	-1.59574E-05	56.906	0.000	-0.002	0.000	-0.005	0.001
88	8.6	1.17E-04	0	-0.35	0	-0.71	0.19	0	1.427E-05	0	5.96E-05	4.28E-06	0	0	0	0	0	0	2.91494E-05	-7.80971E-06	0	0	-1.59574E-05	56.906	0.000	-0.002	0.000	-0.005	0.001
89	5	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
90	8.6	1.17E-04	0	0.22	0	0.44	0.19	0	5.488E-06	0	2.29E-05	4.28E-06	0	0	0	0	0	0	1.1217E-05	4.84386E-06	0	0	9.90036E-06	-31.33	0.000	-0.001	0.000	-0.002	-0.001
91	7	9.54E-05	0	-0.7	0	-1.43	0.85	0	4.697E-05	0	0.000196	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	9.59892E-05	-5.65548E-05	0	0	-0.000115575	135.551	0.000	-0.009	0.000	-0.019	0.011
92	7	9.54E-05	0	-0.7	0	-1.43	0.85	0	4.697E-05	0	0.000196	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	9.59892E-05	-5.65548E-05	0	0	-0.000115575	135.551	0.000	-0.009	0.000	-0.019	0.011
93	10	1.36E-04	0	-0.03	0	-0.07	-0.11	0	1.556E-07	0	6.51E-07	1.68E-06	0	0	0	0	0	0	3.18197E-07	5.11141E-07	0	0	1.04497E-06	16.45	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
94	8.77	1.20E-04	0	0.58	0	1.18	0	0	3.965E-05	0	0.000166	0	0	0	0	0	0	0	8.10993E-05	0	0	0	0	-120.687	0.000	-0.008	0.000	-0.017	0.000
95	6.4	8.72E-05	0	-0.15	0	-0.3	0	0	1.885E-06	0	7.9E-06	0	0	0	0	0	0	0	3.85983E-06	0	0	0	0	26.829	0.000	0.000	0.000	-0.001	0.000
96	5	6.81E-05	0	-0.41	0	-0.84	1	0	1.149E-05	0	4.8E-05	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	2.34808E-05	-2.79767E-05	0	0	-5.71727E-05	89.107	0.000	-0.002	0.000	-0.005	0.006
97	4	5.45E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
98	3.84	5.23E-05	0	-0.15	0	-0.3	0	0	1.131E-06	0	4.74E-06	0	0	0	0	0	0	0	2.31602E-06	0	0	0	0	26.829	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
99	5	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
100	3	4.09E-05	0	-0.41	0	-0.84	1	0	6.894E-06	0	2.88E-05	4.09E-05	0	0	0	0	0	0	1.40885E-05	-1.6786E-05	0	0	-3.43036E-05	89.107	0.000	-0.001	0.000	-0.003	0.004
101	6.4	8.72E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
102	3.84	5.23E-05	0	0.53	0	1.08	0	0	1.448E-05	0	6.05E-05	0	0	0	0	0	0	0	2.95973E-05	0	0	0	0	-114.113	0.000	-0.003	0.000	-0.006	0.000
103	5	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
104	3	4.09E-05	0	-0.41	0	-0.84	1	0	6.894E-06	0	2.88E-05	4.09E-05	0	0	0	0	0	0	1.40885E-05	-1.6786E-05	0	0	-3.43036E-05	89.107	0.000	-0.001	0.000	-0.003	0.004
105	4	5.45E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
106	6.4	8.72E-05	0	0.53	0	1.07	0	0	2.414E-05	0	0.000101	0	0	0	0	0	0	0	4.93172E-05	0	0	0	0	-114.113	0.000	-0.005	0.000	-0.011	0.000
107	5	6.81E-05	0	-0.41	0	-0.84	1	0	1.149E-05	0	4.8E-05	6.81E-05	0	0	0	0	0	0	2.34808E-05	-2.79767E-05	0	0	-5.71727E-05	89.107	0.000	-0.002	0.000	-0.005	0.006

Σ 5.97E-04 6.83E-02 1.25E-03 6.83E-02 1.85E-03 -1.64E-03 5.97E-04 -8.03E-04 5.97E-04 -5.40E-03 5.93E-02 -6.20E-03 -4.56E-03 1.25E-03 -6.20E-03 Σ 0.147572916 -7.364052868 0.587052397 -7.253674377 0.726245285

A= 0.0036 m2  
E= 20389019.2 T/m2

$$[\delta] * \{X\} + \{\Delta_0\} = 0$$

0.00060	-0.00164	0.00060	-0.00080	0.00060	0.14757
-0.00164	0.06830	-0.00540	0.05931	-0.00620	-7.36405
0.00060	-0.00540	0.00125	-0.00456	0.00125	0.58705
-0.00080	0.05931	-0.00456	0.06830	-0.00620	-7.25367
0.00060	-0.00620	0.00125	-0.00620	0.00185	0.72625

$$\{X\} = [\delta]^{-1} * \{-\Delta_0\}$$

3698.852	40.06956	-1772.12	-139.6923	-329.988	-0.147572916
40.06956	70.746061	139.6014	-57.29825	-62.3183	7.364052868
-1772.12	139				