



# UTMACH

UNIDAD ACADÉMICA DE CIENCIAS SOCIALES

CARRERA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN MENCIÓN FÍSICO  
MATEMÁTICAS

ESTRATEGIAS METODOLOGICAS PARA LA ENSEÑANZA-  
APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN DE BINOMIOS EN EL DÉCIMO  
GRADO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA

SALINAS SANTACRUZ JHONATHAN ARMANDO

MACHALA  
2017



# UTMACH

UNIDAD ACADÉMICA DE CIENCIAS SOCIALES

CARRERA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN MENCIÓN  
FÍSICO MATEMÁTICAS

ESTRATEGIAS METODOLOGICAS PARA LA ENSEÑANZA-  
APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN DE BINOMIOS EN EL  
DÉCIMO GRADO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA

SALINAS SANTACRUZ JHONATHAN ARMANDO

MACHALA  
2017

## DEDICATORIA

El presente trabajo lo dedico a mi familia, que son la fuente de la fuerza que me impulsa cada día a lograr las metas de vida.

*Jhonathan*

## **AGRADECIMIENTO**

Mi sincero agradecimiento a mis maestros que, gracias a su guía acertada, he logrado adquirir los conocimientos necesarios para realizar el siguiente trabajo investigativo.

# ESTRATEGIAS METODOLOGICAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN DE BINOMIOS EN EL DÉCIMO GRADO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA

Jhonathan Armando Salinas Santacruz

0703850651

[tan\\_salinas@hotmail.com](mailto:tan_salinas@hotmail.com)

## RESUMEN

Es trascendental construir desde la perspectiva del maestro una planificación que satisfaga las expectativas de los docentes, enmarcándose en el contexto del aula, ya que, cabe resaltar que no todas las estrategias sirven en todos los campos de acción, de allí que nace desde el docente la creatividad y empoderamiento de su trabajo, para lo cual debe estar bien preparado. El siguiente trabajo está dirigido a los estudiantes de décimo grado de educación general básica; con el propósito de dar solución efectiva al problema de toda la historia humana en la enseñanza-aprendizaje, siendo de forma contradictoria, tan útil y tan rechazada a la vez, la disciplina de matemática, y de forma puntual los casos de factorización. Entonces para fortalecer las destrezas con criterio de desempeño, nos enmarcaremos en el nuevo modelo de aprendizaje nacional, que conlleva unas planificaciones de forma constructivista social, con estrategias activas del pensamiento crítico. El proyecto lo dividiremos en las siguientes secciones, en primera instancia factor común, tanto monomio como polinomio, binomios, trinomios, polinomios que tiene que ver con la unión de diferentes casos, y por último el método de Ruffini, cabe mencionar que citaremos algunas estrategias para diferenciar entre los distintos casos de factorización y su aplicabilidad en la vida cotidiana, mediante problemas de razonamiento, para esto nos apoyaremos en el método de solución de Polya. Sin olvidar que el proceso de evaluación es crucial para medir el desarrollo de lo planificado y asegurarnos que se lleve un aprendizaje significativo.

**Palabras clave:** Planificación, estrategias, factorización, destrezas con criterio de desempeño, enseñanza-aprendizaje, método de Polya, evaluación, pensamiento crítico.

## ABSTRACT

It is crucial to build from the perspective of the master planning that meets the expectations of Dicent, be framed in the context of the classroom, since, it should be noted that not all strategies are used in all fields of action, there is born from the teacher creativity and empowerment of their work, for which it must be well prepared. The following work is aimed at students of tenth grade basic education; in order to provide an effective solution to all human history in teaching and learning, being so contradictory, so useful and so rejected at the same time, the discipline of mathematics, and in a timely manner cases of factoring. So to strengthen skills with performance criteria, we will frame the new national learning model, which carries a social constructivist planning form, with active strategies of critical thinking. The project will be divided into the following sections, first common factor, both monomial and polynomial, binomial, trinomial, polynomials that has to do with the union of different cases, and finally the method of Ruffini, include that quote some strategies to distinguish between different cases of factorization and its applicability in everyday life by reasoning problems, for this we will rely on the method of solution Polya. Without forgetting that the evaluation process is crucial to measure the development of planned and ensure that meaningful learning takes. Keywords: planning, strategies, factoring, skills with performance criteria, teaching and learning method Polya, evaluation, critical thinking.

# ÍNDICE DE CONTENIDOS

FRONTISPICIO .....	II
PAGINA DE EVALUACION .....	III
DEDICATORIA .....	IV
AGRADECIMIENTO .....	V
RESUMEN .....	VI
ÍNDICE DE CONTENIDOS.....	VII
INTRODUCCIÓN.....	8
DESARROLLO .....	9
Antecedentes históricos del problema .....	9
Contextualización macro, meso y micro del problema.....	10
Fundamentación teórica del problema.....	11
Factorización .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Planes para la enseñanza-aprendizaje de la factorización.....	13
CONCLUSIONES .....	21
BIBLIOGRAFIA .....	21
ANEXOS .....	22

## INTRODUCCIÓN

La teoría en la cual está fundamentada el presente trabajo es el modelo de aprendizaje constructivista social, con técnicas activas del pensamiento crítico, también cabe mencionar que se ha consultado diferentes autores para tener una perspectiva holística de cómo se enseñan los casos de factorización, y se ha decidido en una estrategia ecléctica, basado en las experiencias del docente autor, para los problemas de razonamiento utilizaremos el método de Polya.

Entonces, recordando los retos históricos educativos de los seres humanos, nos encontramos con la matemática, y en un caso muy puntual para nuestro objeto de estudio, la factorización, ya que uno de los inconvenientes de los estudiantes es la identificación de los casos mencionados, como su aplicabilidad en la vida diaria a corto, mediano o largo plazo, siendo esto en si la problemática de estudio. Entonces, podemos decir que la formación docente tanto cognitiva, psicomotriz y afectiva es crucial, para lograr que el dominio interactivo entre los contenidos, las estrategias metodológicas y la disciplina sea efectiva, esta funcionalidad le dará al maestro otro enfoque y perspectiva frente de sus dicentes, entonces sin miedo a equivocarnos será un facilitador milagroso del proceso de enseñanza-aprendizaje y con su experiencia reflejará a sus educandos el desarrollo integral y autónomo de las destrezas con criterio de desempeño.

Los objetivos del trabajo tienden a dar respuestas al problema que se nos presenta en este contexto matemático, y es que, los estudiantes no pueden identificar los casos de factorización y su aplicabilidad en la sociedad y el diario vivir, entonces el docente debe determinar estrategias didácticas que podrían utilizar para enseñar matemática y así facilitar el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas y proponer técnicas activas para la construcción de material didáctico a utilizarse en el estudio de la factorización de binomios, sin olvidar los instrumentos de evaluación, diseñados en función de bases estructuradas, para medir el proceso de enseñanza-aprendizaje de los dicentes y la efectividad del docente.

Por lo tanto, el presente proyecto tiene como finalidad proporcionar a los docentes, una herramienta que permita avanzar con seguridad, sin olvidar el factor tiempo, el cual es el enemigo del maestro, por esta razón se proporcionara las planificaciones diarias, siguiendo la siguiente estructura: en primera instancia abordaremos el factor común, luego los binomios, los trinomios, los polinomios, y el método de Ruffini, llevando en cada etapa problemas modelos que se presentan en la vida diaria, para lograr el aprendizaje significativo buscado.

Finalmente se hará referencias bibliográficas, permitiendo al lector tener una visión más amplia de todos los aspectos tratados a lo largo del documento y que sustentan la pertinencia del proyecto.

## DESARROLLO

### Antecedentes históricos del problema

La historia nos cuenta muchas fases importantes del peregrinaje del ser humano, las que tomaremos en su recorrido de línea de tiempo, a una de las más importantes que se tiene en mención en su dificultad de aprendizaje, “la matemática”, en una parte de ella, la cual es la factorización de polinomios, para entender este recorrido debemos mencionar que existió una estrecha relación en sus inicios entre el lenguaje algebraico y geométrico. El primer pueblo de los que se tiene referencia que utilizaron la factorización son los babilonios, desarrollaron el trinomio cuadrado completo usando la geometría al completar cuadrados con figuras y por medio de este método resolvían las ecuaciones de segundo grado.

Con respecto a la diferencia de cuadrados perfectos y su creación para el aporte en beneficio de la humanidad, lo tenemos al griego Euclides, quien enunciando proposiciones asocio este proceso con diferentes identidades algebraicas, en su libro Elementos, aunque otros historiadores no lo reconocen como tal, ya que afirman que solo estaba tratando temas netamente geométricos.

Siguiendo con este fantástico recorrido histórico se evidencia a Diofanto quien en su libro Arithmetica, propuso mediante un ejercicio la resolución del mismo utilizando procesos algebraicos y específicamente la factorización, esto se lo puede encontrar en su libro IV en el problema 7. Otro ilustre matemático es Thābit Ibn Qurra, el utilizo el mismo proceso de los babilonios para resolver ecuaciones de segundo grado mediante la geometría utilizando figuras para completa los cuadrados perfectos, pero lo interesante de este matemático es que generalizo el proceso fusionándolo con los enunciados de Euclides y las heurísticas particulares enunciadas por Al-Khwārizmī, dando ya forma al lenguaje simbólico-algebraico  $x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2$ .

Luego en la época de la humanidad conocida como el renacimiento François Viète hace la diferenciación entre las variables y los coeficientes asentando las bases para que la disciplina del algebra se transformara en un estudio general de la ciencia. Entonces aparece Thomas Marriot que en su libro Artis Analyticae Praxis con un proceso de cuatro pasos para resolver ecuaciones cuadráticas por medio de la factorización y en este caso utilizando el factor común.

Pero se siguió buscando soluciones a muchos problemas de ecuaciones algebraicas, pero Rene Descartes soluciono inconsistencias que se tenía con las raíces de las ecuaciones con un proceso conocido como algebra de segmentos, al construir segmentos longitudes y eliminar la obligatoriedad de la homogeneidad entre expresiones enunciada por Viète. Entonces surge el inconveniente de encontrar el número de raíces que tiene cada expresión polinómica, para resolver este problema y después de un estudio y con la ayuda de la factorización enuncia el teorema del factor y el teorema recurrente para conocer el grado de el polinomio.

Siguiendo con la línea de tiempo nos encontramos con los Dominios de Factorización Única (DFU) ideados por Dedekind, y llegando a nuestro tema de estudio aparecen las formas cuadráticas binarias, el proceso que se sigue aquí, es encontrar el número entero expresándolas como productos de factores, cabe mencionar que Ruffini desarrollo el



teorema que lleva su nombre hoy en día en la cual se realiza una división sintética de los coeficientes del polinomio con lo cual nos lleva a encontrar las raíces

“Con lo anterior se concluye que la factorización de polinomios de segundo grado aparece inmersa en la búsqueda de soluciones al problema de resolver ecuaciones del mismo grado, siendo entonces este proceso –la resolución de ecuaciones- el germen de la factorización, interés que luego se va desvaneciendo hasta formular una teoría abstracta donde el concepto se incluye; utilizando los términos de Sfard (1991), se puede afirmar que la factorización surge, como casi todas las nociones matemáticas, en su concepción operacional y se va dirigiendo hacia una concepción estructural”. (Ardila, 2013)

### **Contextualización macro, meso y micro del problema.**

“La enseñanza del álgebra en el contexto escolar está acompañada de algunas dificultades que presentan los niños; éstas pueden ser de tipo cognitivo, pues no todos los estudiantes que inician el curso de álgebra cuentan con sólidos dominios en aritmética y en este sentido surgen errores como consecuencia del uso abusivo de la generalización; son de tipo actitudinal, ya que muchos consideran que es difícil y que basta con operar aritméticamente unas letras; situación que no permite ver en el lenguaje algebraico, un elemento dinamizador del lenguaje de las matemáticas, ni el verdadero significado de la variable, de las expresiones equivalentes, y de las operaciones con expresiones equivalentes”. (Novoa, 2012)

Considerando lo expuesto, nos da lugar a mencionar que el problema en nuestro país se ha ido enraizando a medida que pasa el tiempo, y no solamente por los factores que antiguamente se venían mostrando o surgiendo, sino que también se añade el problema socio-familiar de los educandos, siendo el meollo de otras situaciones conflictivas como las pandillas y las drogas entre los adolescentes, los que son un factor vulnerable de la sociedad tendiente a ser al mismo tiempo el futuro de nuestro país. Esto nos lleva a ser víctimas en las aulas de clases de sin número de problemas en el campo académico y siendo puntuales a nuestro objeto de estudio en el área de matemática se conciben problemas gravísimos arrastrados de año en año.

En el ámbito local se está luchando en las instituciones educativas para lograr vencer este mal que nos aqueja, siendo un poco controlado en las IE particulares, ya que en las IE fiscales se están saliendo de las manos, esto no lleva a entender que los factores que influyen en muchos procesos del sistema educativo se los han tomado a conveniencia del libertinaje por parte de los docentes y otras figuras ocultas de la ley que toman como excusa algunas políticas convertidas en leyes para conveniencia del poder.

El álgebra tiene un escenario hermoso, ya que remontándonos en la historia observamos de buena forma como los matemáticos utilizaban su genio para dar solución a problemas que se les presentaban en la vida, dándole un sentido de aplicabilidad, ya que entendían no solamente en memoria los procesos sistemáticos, sino también el sentido de relación con el razonamiento. Debemos llegar a nuestros educandos con el mismo propósito en el bienestar de la hermosura de la matemática, ya que para este caso los estudiantes no logran llegar reconocer peor aún a comprender como aplicar los casos de factorización, o para que les va servir en su vida, ya que ellos en su perspectiva dicen solo necesitar de las cuatro operaciones básicas, se ha creado este proyecto para ayudar en alguna forma a dar solución a este contingente que se nos presenta.

## Fundamentación teórica del problema

“La finalidad del constructivismo social es por tanto promover los procesos de crecimiento personal en el marco de la cultura social de pertenencia, así como desarrollar la capacidad del potencial que todos tenemos de realizar aprendizajes significativos por si solo y con otros en una amplia gama de situaciones”. (Dr. Ramón Ferreiro, 2006)

Es importante comprender la definición y su finalidad con respecto a lo que busca el constructivismo social dentro del proceso enseñanza-aprendizaje en el ámbito educativo, ya que la interrelación de una persona en este caso el docente, el docente y el padre de familia, junto a la sociedad tiene una función concatenada para el desarrollo de los aprendizajes, ya que se busca potenciar las destrezas con criterio de desempeño de los estudiantes, pero ¿la respuesta se queda solo ahí?, hay muchos elementos en la formación integral de un estudiante como ser humano que necesita desarrollar para la vida.

“El Pensamiento Crítico (PC) es mi vida, mi filosofía de vida. Es la manera como me defino a mí mismo.... Soy educador porque pienso que estas ideas tienen significado. Estoy convencido de que aquello en lo que creemos tiene que poder soportar una prueba de evaluación”. (Chaffee, 2007)

Es indispensable el pensamiento crítico en la estructura cognitiva del ser humano ya que esto les da el impulso que todos necesitamos para desarrollarnos y no aceptar todo lo que nos transmitan como verdadero y aceptarlo, esto se presenta exactamente en la materia de matemática, la cual impulsa a plantearse desafíos intelectuales, y así impulsarnos a resolver problemas que se nos presentan en el transcurso de nuestro caminar.

“Durante el aprendizaje significativo el alumno relaciona de manera no arbitraria y sustancial la nueva información con los conocimientos y experiencias previas y familiares que ya posee en su estructura de conocimientos o cognitiva y enseñar a pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextualizados.” (ARCEO, 2010)

Para lograr un aprendizaje significativo, el alumno debe enlazar dentro de su psiquis de forma no arbitraria los conocimientos tanto previos como nuevos, por esto se puede crear un nuevo conocimiento, esto es crucial ya que uno de los grandes dilemas que existen en la enseñanza es el aprendizaje a largo plazo, el cual todos los docentes lo han experimentado, no existe mucho misterio en esto, ya que si le tomamos una evaluación de una rama distinta a un profesional, sencillamente no recordar al 100% todos los conocimientos específicos, podría resolver de una mejor manera problemas de razonamiento

“Un aspecto muy relevante en todo este proceso es la función que tiene el docente. Según Polya, el papel del maestro es “ayudar al alumno”, pero esto debe ser entendido con mucho cuidado. Es difícil llevarlo a la práctica, porque en realidad esa ayuda, como dice él, no tiene que ser ni mucha ni poca; sin embargo, a veces, es un poco subjetivo determinar si el profesor está ayudando mucho o está ayudando poco. La ayuda que de un profesor debe ser la suficiente y la necesaria”. (Alfaro, 2006)

Es transcendental el acompañamiento docente en el aula de clase hacia sus estudiantes se discute este problema desde hace mucho tiempo, cada cual tiene su perspectiva y la línea entre ayudar y no ayudar en el proceso de enseñanza-aprendizaje es muy delgada,

pero este proceso además tiene muchos factores que lo acompañan, como es la actitud del docente con respecto a no serenarse cuando no llega a sus dicentes, los factores familiares, entre otros, entonces se debe llegar a tener un equilibrio que solo la vocación y experiencia se la dará.

Luego de ya haber fundamentado y tener los argumentos y teorías necesarias, se presentará las planificaciones para lograr llegar al estudiante, desarrollando. “las destrezas con criterio de desempeño constituyen el referente principal para que los docentes elabórenla planificación microcurricular de sus clases y las tareas de aprendizaje” (EDUCACION, 2010), la forma de su exposición será en bloque curriculares

## Planes para la enseñanza-aprendizaje de la factorización

	<b>UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MACHALA</b>					<b>AÑO LECTIVO 2015 - 2016</b>	
<b>PLAN MICROCURRICULAR POR BLOQUE/MÓDULO</b>						<b>No DE BLOQUE</b>	<b>3</b>
<b>1. DATOS INFORMATIVOS</b>							
<b>DOCENTE:</b>	<b>ÁREA/ASIGNATURA</b>	<b>AÑO/CURSO/NIVEL</b>	<b>TIEMPO</b>		<b>DURACIÓN</b>		
			<b>SEM ANAS</b>	<b>PERIODOS</b>	<b>INICIO</b>	<b>FINAL</b>	
ING. JHONATHAN SALINAS	MATEMÁTICA	NOVENO	3	18	10 DE AGOSTO	3 DE OCTUBRE	
<b>2. PRECISIONES PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE</b>							
<b>EJE CURRICULAR INTEGRADOR</b>		<b>EJE DE APRENDIZAJE/MACRODESTREZA</b>			<b>EJE TRANSVERSAL/INSTITUCIONAL</b>		
Desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y resolver problemas de la vida.		EL RAZONAMIENTO, LA DEMOSTRACION, LA COMUNICACIÓN, CONEXIONES Y/O LAS REPRESENTACIONES			PUNTUALIDAD		
<b>TÍTULO DEL BLOQUE/MÓDULO:</b>		<b>OBJETIVO DEL BLOQUE/MÓDULO</b>					
<b>Productos notables. Factorización.</b>		<b>*Factorizar polinomios y desarrollar productos notables para determinar sus raíces a través de material concreto, procesos algebraicos o gráficos.</b>					
<b>ESTÁNDAR DE APRENDIZAJE</b>		<b>DOMINIO A</b>	NÚMEROS Y FUNCIONES				
		<b>DOMINIO B</b>	ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA				
		<b>DOMINIO C</b>	ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD				
<b>DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO</b>		<b>ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS</b>		<b>RECURSOS</b>		<b>EVALUACIÓN</b>	
						<b>INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN</b>	<b>TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN</b>

<p>*Factorizar polinomios y desarrollar productos notables. (P, A)</p>	<p>Anticipación:  *Trabajar con los estudiantes ejercicios para recodar el cálculo del mcd por descomposición en factores primos.  *Jugar al barco; los estudiantes hacen un círculo, el narrador cuenta una historia y hace que se formen grupos según algunas particularidades: saco azul, zapatos sin cordón; pulsera roja, etc. El propósito es que identifiquen elementos comunes.  *Presentar un polinomio y pedir a los estudiantes que observen sus términos y descubran lo que tienen en común.  Construcción:  *Socializar con los estudiantes lo que es la factorización utilizar como ejemplo una multiplicación en enteros, determinar elementos de la multiplicación: factores y producto.  *Motivar a la lectura del libro de texto en equipos de dos estudiantes.  *Presentar con ejercicios la factorización de un polinomio por factor común y por agrupamiento.  *Pedir a los estudiantes escribir en un diagrama de secuencias los pasos para factorizar por factor común y por agrupamiento.  *Solicitar a los estudiantes observar los ejemplos de los dos casos y sacar una lista de características de los polinomios para los cuales se aplica estas formas de factorización.  Consolidación:  *Guiar a los estudiantes en la resolución de los ejercicios propuestos en el libro de texto como trabajos individuales y grupales.  *Proponer ejercicios afines de otros libros para reforzar el aprendizaje.  *Organizar un concurso de factorización de polinomios por estos dos casos.  *Entregar a los estudiantes tarjetas con polinomios, dibujar en la pizarra dos círculos, uno que diga "factor común y en el otro "agrupamiento", pedir a los estudiantes colocar las tarjetas según la factorización que se pueda aplicar.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* Libro de texto</li> <li>* Cuaderno</li> <li>* Computador</li> <li>* Proyector</li> <li>* Papelotes</li> <li>* Marcadores</li> <li>* Imprimibles</li> <li>* Videos</li> <li>* Masking</li> <li>* Papelógrafos</li> <li>* Globos</li> <li>* Revistas</li> <li>* Periódicos</li> <li>* Hojas de reciclaje</li> <li>* Reglas</li> <li>* Música</li> <li>* Carteles con terminología de potenciación.</li> <li>* Tarjetas con ejercicios de propiedades de potenciación</li> <li>* Instrumentos de medición</li> <li>* Pelota</li> <li>* Calculadora</li> <li>* Carteles</li> <li>* Pirámides</li> <li>* Prismas</li> <li>* Cilindros</li> <li>* Figuras geométricas</li> <li>* Polígonos</li> </ul>	<p><b>Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Escribe expresiones que tengan el mismo factor común.</li> <li>*Relaciona polinomios con el factor común respectivo.</li> <li>*Expresa mediante dos factores binomios.</li> <li>*Extrae el factor común de polinomios.</li> <li>*Expresa mediante dos factores polinomios.</li> </ul>	<p>La observación, portafolio, encuesta, el panel, la dramatización, el debate, la entrevista, la encuesta</p>
--	---	--	---	--

	<p>Anticipación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Resolver ejercicios de cálculo metal con cuadrados y cubos perfectos.</li> <li>*Recordar las propiedades de la potenciación.</li> <li>*Proponer a los estudiantes algunos binomios y reconocer sus características.</li> </ul> <p>Construcción:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Pedir a un estudiante leer en voz alta un tema de la información propuesta en el texto, luego leerá otro la segunda parte y finalmente un tercero la tercera.</li> <li>*Presentar por cada caso un ejemplo desarrollándolo con los estudiantes.</li> <li>*Formar parejas y pedir que un compañero le explique al otro y luego se intercambien los papeles.</li> <li>*Hacer una lista de las dificultades que se presentan en la factorización de estos polinomios.</li> </ul> <p>Consolidación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Pedir a los estudiantes observar los ejemplos de los polinomios para cada caso y hacer una lista de sus características.</li> <li>*Elaborar carteles para cada ejemplo de polinomio.</li> <li>*Resolver en parejas e individualmente los ejercicios del libro de texto.</li> <li>*Revisar ejercicios de libros afines.</li> <li>*Formar tres grupos y pedir a cada grupo que compongan una rima para recordar el proceso de factorización de su polinomio.</li> </ul>		<p>Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Identifica binomios que representan diferencia de cuadrados.</li> <li>*Escribe una diferencia de cuadrados como el producto de dos factores.</li> <li>*Representa áreas mediante polinomios y factoreo.</li> <li>*Aplica la regla para factorizar diferencias de cuadrados.</li> <li>*Analiza binomios a ver si cumplen con las condiciones de una diferencia de cuadrados.</li> <li>*Factoriza diferencia de cuadrados.</li> </ul>	
--	--	--	---	--

	<p>Anticipación</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Ejercitar el cálculo mental con potencias.</li> <li>*Presentar algunos trinomios y pedir a los estudiantes comparar con el resultado de productos notables.</li> <li>*Pedir a los estudiantes ideas para factorizar un trinomio que represente un producto notable.</li> </ul> <p>Construcción:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Organizar equipos de trabajo y leer la información del libro de texto.</li> <li>*Comparar los polinomios del libro de texto.</li> <li>*Caracterizar los polinomios para un caso y para el otro.</li> <li>*Organizar equipos y pedir elaborar un cartel representativo de cada trinomio con su factorización.</li> </ul> <p>Consolidación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Hacer un trabajo de competencias en la pizarra; organizando a los estudiantes en equipos de trabajo, tener listas tarjetas con los dos tipos de trinomios para factorizar en esta parte del texto.</li> <li>*Solicitar a los estudiantes resolver en la pizarra, hacer pasar a otros concursantes.</li> <li>*Trabajar en parejas los libros propuestos en el texto.</li> <li>*Reconocer trinomios incompletos y encontrar mentalmente la diferencia.</li> <li>*Pedir a los estudiantes componer un trabalenguas que caracterice a cada tipo de trinomio revisado.</li> </ul>		<p>Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Explica que significa matemáticamente una expresión en lenguaje común.</li> <li>*Identifica las características que debe cumplir un trinomio cuadrado perfecto.</li> <li>*Completa el trinomio cuadrado perfecto.</li> <li>*Aplica las reglas para factorizar trinomios cuadrados perfectos.</li> <li>*Factoriza trinomios por adición y sustracción.</li> <li>*Analiza procedimientos de factorización y los corrige.</li> </ul>	
--	--	--	--	--

	<p>Anticipación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Repasar con los estudiantes el cálculo de mcd por descomposición factorial.</li> <li>*Pedir a los estudiantes hacer combinaciones con los factores primos sin que su producto sea igual al número que se descompuso.</li> <li>*Presentar en afiches los trinomios ya revisados y su descomposición factorial.</li> <li>*Pedir que observen otros trinomios y determinen semejanzas y diferencias.</li> </ul> <p>Construcción:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Escribir un ejemplo de producto notable de la forma <math>(x + a)(x - b)</math> para identificar los factores y el producto</li> <li>*Revisar a información del texto con la lectura grupal y explicar con ejemplos la factorización de los trinomios especiales.</li> <li>*Hacer grupos, asignarles uno de los casos de factorización, pedir que preparen una exposición a través de un ejercicio y compartan con sus compañeros.</li> </ul> <p>Consolidación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Caracterizar a los trinomios en una matriz donde se colocarán en el encabezado de cada columna: TCP, TCI, Trinomio forma 1, trinomio forma 2; escribiendo debajo de cada uno una descripción de cuál es la forma de esos trinomios para que resulte sencillo identificarlos.</li> <li>*Asignar a grupos la resolución de ejercicios propuestos en el libro de texto, elaborar tarjetas que sintetizen la información.</li> <li>*Presentar los resultados e investigar otros ejercicios de trinomios en medios afines.</li> </ul>		<p>Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Expresa trinomio como el producto de dos factores.</li> <li>* Identifica factores que comparten trinomios.</li> <li>*Reconoce los trinomios que cumplen con condiciones dadas.</li> <li>*Aplica las reglas para factorizar trinomios de la forma <math>ax^2 + bx + c</math>.</li> <li>*Factoriza trinomios, primero extrayendo el factor común.</li> <li>*Completa términos que permiten que se cumplan igualdades.</li> </ul>	
--	---	--	---	--



	<p>Anticipación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Identificar los números impares dentro de un grupo de números, definir lo que son los números impares.</li> <li>*Ejercitar en cálculo mental de raíces de diferentes índices.</li> <li>*Pedir ideas para factorizar suma o diferencia de un binomio con potencia de exponente impar.</li> </ul> <p>Construcción:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Revisar en parejas la información del libro de texto.</li> <li>*Pedir que un compañero le diga al otro lo que comprendió de la lectura.</li> <li>*Explicar paso a paso la factorización de estos casos.</li> <li>*Retroalimentar con preguntas de los estudiantes.</li> </ul> <p>Consolidación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Pedir a los estudiantes resolver en parejas 20 ejercicios tomados del libro de texto.</li> <li>*Caracterizar a los polinomios estudiados.</li> <li>*Resolver individualmente los ejercicios del libro de texto faltantes.</li> <li>*Organizar un Taller de Factorización, formando grupos de trabajo, a cada uno se le asigna un caso de factorización para repasar todos los casos y superar los aprendizajes adquiridos para evitar sorpresas.</li> </ul>		<p><b>Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*Aplica la regla para factorizar suma o diferencia de potencias impares iguales.</li> <li>*Aplica las reglas de la potenciación para igualar las potencias.</li> <li>*Identifica el desarrollo del cubo perfecto de un binomio.</li> <li>*Completa el cubo perfecto de un binomio.</li> <li>*Factoriza completamente los polinomios.</li> </ul>	
--	---	--	--	--

	<p>Anticipación:  *Realizar una pregunta ¿Qué sabemos del tema?  *Pedir a un estudiante que lea sobre el tema de los cubos  *Luego resolver el problema de volumen utilizando su respectiva formula.</p> <p>Construcción:  *Revisar en parejas la información del libro de texto.  *Pedir que un compañero le diga al otro lo que comprendió de la lectura.  *Explicar paso a paso la factorización de este caso.  *Retroalimentar con preguntas de los estudiantes.</p> <p>Consolidación:  *Pedir a los estudiantes resolver en parejas 20 ejercicios tomados del libro de texto.  *Caracterizar a los polinomios estudiados.  *Resolver individualmente los ejercicios del libro de texto faltantes.  *Organizar un Taller de Factorización, formando grupos de trabajo, a cada uno se le asigna un caso de factorización para repasar todos los casos y superar los aprendizajes adquiridos para evitar sorpresas, incluyendo el método de Ruffini.</p>		<p>Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.</p> <p>*Aplica la regla de Ruffini para factorizar polinomios de mayor grado  *Factoriza completamente los polinomios.</p>	
--	--	--	---	--

**3. ADAPTACIONES CURRICULARES**

ESPECIFICACIÓN DE LA NECESIDAD EDUCATIVA ATENDIDA	ESPECIFICACIÓN DE LA ADAPTACIÓN APLICADA
En conformidad con los artículos 228 y 229 del Reglamento de la LOEI.	En conformidad a los artículos 230 del Reglamento de la LOEI y los artículos 17 y 18 del Acuerdo 295-13 emitido por el Ministerio de Educación.

4. BIBLIOGRAFÍA/WEBGRAFÍA: Utilizar normas APA correspondientes.		5. OBSERVACIONES:
<p>Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica 2010. Ministerio de Educación            Casa del Saber 8 Libro del estudiante  <a href="http://www.biografiasyvidas.com/biografia/d/descartes.htm">http://www.biografiasyvidas.com/biografia/d/descartes.htm</a>  <a href="http://www.reviu.com.ar/index.php?option=com_content&amp;view=article&amp;id=499:las-aplicaciones-del-sistema-gps&amp;catid=147:dr-ing-jorge-favier">http://www.reviu.com.ar/index.php?option=com_content&amp;view=article&amp;id=499:las-aplicaciones-del-sistema-gps&amp;catid=147:dr-ing-jorge-favier</a>  <a href="http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/itfor/web/sites/default/files/recursos/coordenadascartesianas/html/MAT34RDE_imprimir_docente.pdf">http://recursostic.educacion.es/multidisciplinar/itfor/web/sites/default/files/recursos/coordenadascartesianas/html/MAT34RDE_imprimir_docente.pdf</a>  <a href="http://neoparaiso.com/imprimir/figuras-plano-cartesiano.html#8922">http://neoparaiso.com/imprimir/figuras-plano-cartesiano.html#8922</a></p>		
ELABORADO	REVISADO	APROBADO
<b>DOCENTE: ING. JHONATHAN SALINAS</b>	<b>NOMBRE:</b>	<b>NOMBRE:</b>
<b>Firma:</b>	<b>Firma:</b>	
<b>Fecha:</b>	<b>Fecha:</b>	<b>Fecha:</b>

## CONCLUSIONES

Las temáticas que se estudian en la disciplina del álgebra, en este caso que nos atañe con respecto a los casos de factorización por decirlo de alguna manera, son procesos no tan sencillos en su conjunto, pero no en su forma individual, para ser abordados por los estudiantes, al introducir como bien debería hacerse las estrategias metodológicas activas del pensamiento crítico, se logra en su mayoría un ambiente bueno para el aprendizaje.

Al utilizar como bien lo hicieron hace mucho tiempo atrás los estudios de esta temática el material concreto para dar a luz de comprensión corolarios, conceptos, definiciones, teorías, teoremas y así llegar a una interpretación sistemática y lógica del ser, de la naturaleza, del universo ya que estas nos hablan con el idioma el cual DIOS los creo, es decir la matemática, da una amplitud considerable para lograr potenciar el tema de la factorización

Al momento de razonar y llegar a una respuesta lógica, se necesita el proceso enriquecedor del método de Polya, ya que los estudiantes con el método mencionado pueden tener un apoyo en juicio de resolución, y así lograr tener una respuesta a los problemas de aplicación que tienen enlace no solamente con el álgebra sino con otras ramas del saber.

## BIBLIOGRAFIA

- Alfaro, C. (25 de MARZO de 2006). *CUADERNOS DE INVESTIGACIÓN*. Obtenido de [http://www.fisica.ru/dfmg/teacher/archivos/Polya\\_resolucion\\_de\\_problemas.pdf](http://www.fisica.ru/dfmg/teacher/archivos/Polya_resolucion_de_problemas.pdf)
- ARCEO, F. D. (2010). *GRAY HILL*. Obtenido de <http://mapas.eafit.edu.co/rid=1K28441NZ-1W3H2N9-19H/Estrategias%20docentes%20para-un-aprendizaje-significativo.pdf>
- Ardila, S. M. (8 de NOVIEMBRE de 2013). *CEMACYT*. Obtenido de <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/333-519-1-DR-P.pdf>
- Chaffee, J. (2007). *Insight Assessment*. Obtenido de <https://ba155cc9fa4d42390fee4391abae696072cc0ed8.googledrive.com/host/0B4GwS90wX1r8VDVILUwwWnNqQnc/Evaluacion/Material%20de%20Apoyo/Unidad%201%20y%202/Pensamiento%20Cr%C3%ADtico.%20Facione.pdf>
- Dr. Ramón Ferreiro, P. (2006). Obtenido de <http://www.redtalento.com/articulos/website%20revista%20magister%20articulo%206.pdf>
- Novoa, J. O. (2012). *UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA*. Obtenido de <http://www.bdigital.unal.edu.co/8063/1/javierorlandoball%C3%A9nnovoa.pdf>

## ANEXOS

This watermark does not appear in the registered version - <http://www.clicktoconvert.com>

La finalidad del constructivismo social es por tanto promover los procesos de crecimiento personal en el marco de la cultura social de pertenencia así como desarrollar la capacidad del potencial que todos tenemos de realizar aprendizajes significativos por sí solo y con otros en una amplia gama de situaciones.

### CONSTRUCTIVISMO Y APRENDIZAJE COOPERATIVO, ¿LO MISMO O COSAS DIFERENTES?

El constructivismo es la teoría, el fundamento científico de una forma de educar y organizar el proceso de enseñanza: El Aprendizaje Cooperativo. Más aún éste es la propuesta más reconocida del constructivismo como teoría psicopedagógica. En otras palabras el Aprendizaje Cooperativo es la forma práctica de hacer realidad una teoría.

Las aplicación consecuente y de modo creativo de la metodología del Aprendizaje

también la persona que puede explicar exactamente cómo se llegó a una determinada conclusión o por qué aplican ciertos criterios?

#### ¿Cómo ha cambiado mi vida el PC?

“El Pensamiento Crítico (PC) es mi vida, mi filosofía de vida. Es la manera como me defino a mí mismo.... Soy educador porque pienso que estas ideas tienen significado. Estoy convencido de que aquello en lo que creemos tiene que poder soportar una prueba de evaluación”.

John Chaffee<sup>1</sup>, autor de *Critical Thinking*

A un grupo internacional de expertos se le pidió llegar a un consenso sobre el significado de pensamiento crítico. Una de las primeras cosas que hicieron fue hacerse la pregunta ¿Quiénes son los mejores pensadores críticos que conocemos y qué tienen que nos hacen considerarlos los mejores? Entonces, ¿quiénes son los mejores pensadores críticos que usted conoce? ¿Por qué cree que son buenos pensadores críticos? ¿Podría usted, a partir de esos ejemplos, llegar a una descripción más abstracta? Por ejemplo, considere a los abogados penalistas efectivos, sin considerar cómo manejan su vida personal o si sus clientes son realmente culpables o inocentes; solamente observe la manera como

como colegas, en pos de un objetivo común. Hasta no resolver el problema, ninguno de ellos es vencedor. Cuando encuentren la manera de solucionarlo, todos serán ganadores. Así pues, analizando apenas dos ejemplos podemos generalizar algo muy importante: el pensamiento crítico es un pensamiento que tiene propósito (probar un punto, interpretar lo que algo significa, resolver un problema), pero el pensamiento crítico puede ser una tarea colaborativa, no competitiva. Y, a propósito, hasta los abogados colaboran. Pueden trabajar juntos en una defensa común o en un proceso conjunto, y pueden también ayudarse mutuamente para llegar a la verdad de manera que se haga justicia.

Pronto llegaremos a una definición más precisa de pensamiento crítico. Pero primero, podremos aprender algo más de ejemplos paradigmáticos. Cuando usted estaba pensando en la “violencia ofensiva” ¿se le ocurrieron algunos ejemplos difíciles de clasificar? ¿casos que estén en el límite entre dos posiciones, como si se tratara de un ejemplo que una persona pudiera considerar ofensivo pero otra, con razón, pudiera considerar que no lo es? ¿Sí? A nosotros también nos pasó. Esto va a ocurrir con todos los conceptos abstractos y también sucede con el concepto de pensamiento crítico. Hay personas de las que diríamos, en ciertas ocasiones, que son buenos pensadores, claros, lógicos, reflexivos, atentos a los hechos, abiertos a diferentes alternativas; pero ¡vaya! en otros momentos hay que tenerles cuidado. Cuando usted lleva a una de esas personas a tal o cual tema, hasta ahí llega. Usted ha oprimido un determinado botón y la persona no quiere escuchar lo que alguien más tenga para decir. Ella ya ha tomado previamente una

<sup>1</sup> La cita de John Chaffee proviene del texto *Conversaciones con Pensadores Críticos*, de John Estler y Dan Clurman (Editores). Instituto Whitman. San Francisco, CA. 1993

exactamente el mismo significado. Hay que aclarar que ninguna tarea de aprendizaje se realiza en el vacío cognitivo; aun tratándose de aprendizaje repetitivo o memorístico, puede relacionarse con la estructura cognitiva, aunque sea arbitrariamente y sin adquisición de significado.

Durante el aprendizaje significativo el alumno relaciona de manera no arbitraria y sustancial la nueva información con los conocimientos y experiencias previas y familiares que ya posee en su estructura de conocimientos o cognitiva.

El significado es **potencial o lógico** cuando nos referimos al significado inherente que posee el material simbólico debido a su propia naturaleza, y sólo convertirse en **significado real** o

### EL PAPEL DEL DOCENTE EN EL PROCESO

Un aspecto muy relevante en todo este proceso es la función que tiene el docente. Según Pólya, el papel del maestro es "ayudar al alumno", pero esto debe ser entendido con mucho cuidado. Es difícil llevarlo a la práctica, porque en realidad esa ayuda, como dice él, no tiene que ser ni mucha ni poca; sin embargo, a veces, es un poco subjetivo determinar si el profesor está ayudando mucho o está ayudando poco. La ayuda que de un profesor debe ser la suficiente y la necesaria. Por ejemplo, no se puede plantear un problema muy difícil y abandonar al estudiante a su propia suerte pero, tampoco,

3

plantear un problema y que el mismo docente lo resuelva. Si se hace lo último no se enseña nada significativo al estudiante; en otras palabras: es importante que el alumno asuma una parte adecuada del trabajo.

Hacer preguntas que se le hubieran podido ocurrir al alumno es, también, crucial en el proceso. Es por eso que Pólya plantea constantemente que el profesor debe ponerse en los zapatos del estudiante. Evidentemente, cuando el maestro propone un problema y sabe como se resuelve, presenta la solución de forma que todo parece muy natural. Sin embargo, el mismo estudiante cuestiona si realmente se le puede ocurrir a él esa solución. Allí surge una serie de circunstancias que apuntan al profesor como la única persona capaz de encontrar el mecanismo de solución para el problema:

- Preguntar y señalar el camino de distintas formas.
- Usar las preguntas para ayudar a que el alumno resuelva el problema y desarrollar en él la habilidad de resolver problemas.

Excepto por el orden de los factores, esta factorización es única". Debido a que siempre existió interés por encontrar expresiones análogas al número primo en  $\mathbb{Z}$  en otros conjuntos numéricos, los teoremas de divisibilidad en el anillo de los números enteros se extienden al anillo de polinomios, estableciendo, entre otras nociones, la definición de polinomio irreducible, así: "Sea  $P(x) \in A[x]$  ( $A = \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ ).  $P(x)$  es irreducible en  $A[x]$  si y solo si  $P$  no puede descomponerse en un producto de dos polinomios en  $A[x]$  de grado estrictamente menor: no existen  $S, T \in A[x]$  tales que  $P = ST$ ,  $\text{grad}(S) < \text{grad}(P)$  y  $\text{grad}(T) < \text{grad}(P)$ " (Zalamea, 2007, p. 137). Con lo anterior se concluye que la factorización de polinomios de segundo grado aparece inmersa en la búsqueda de soluciones al problema de resolver ecuaciones del mismo grado, siendo entonces este proceso –la resolución de ecuaciones– el germen de la factorización, interés que luego se va desvaneciendo hasta formular una teoría abstracta donde el concepto se incluye; utilizando los términos de Sfard (1991), se puede afirmar que la factorización surge, como casi todas las nociones matemáticas, en su concepción operacional y se va dirigiendo hacia una concepción estructural.

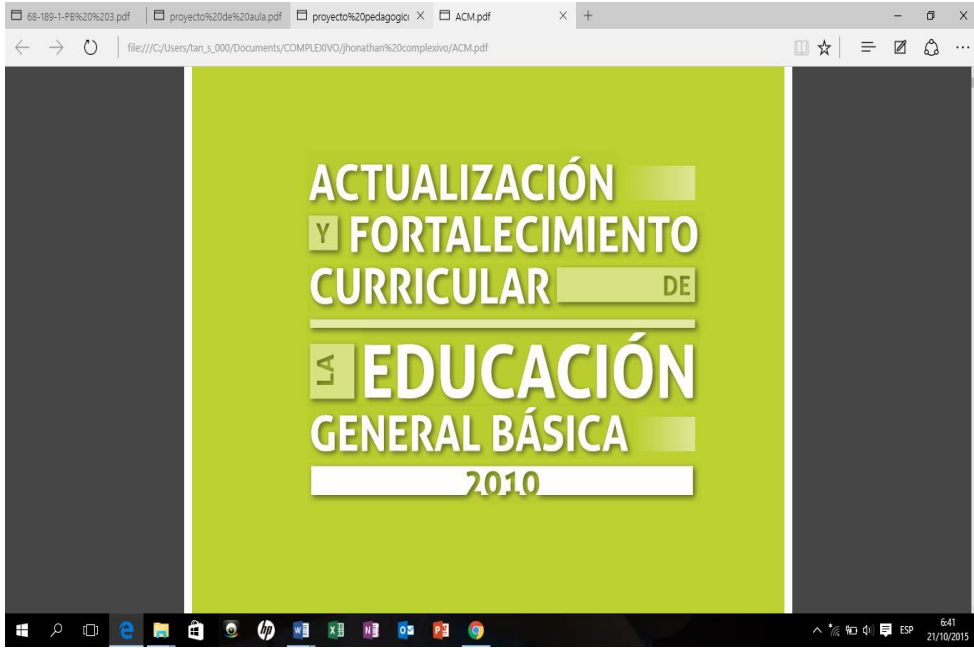
#### Referencias y bibliografía

- Acevedo de Manrique, M. & Falk de Losada, M. (1997). Recorriendo el álgebra: de la solución de ecuaciones al álgebra abstracta. Colombia: Colciencias.
- Benito, M., Fernández, E. & Sánchez, M. (2007). Diofanto de Alejandría. La aritmética y el libro sobre los números poligonales. España: NIVOLA Libros y ediciones, S.L.
- Kleiner, I. (2007). A History of Abstract Algebra. Boston. EEUU: Birkhäuser
- Heath, T. & Heiberg, and J. (1908). The Thirteen Books of Euclid's Elements, Vol. 1. EEUU: Cambridge: The University Press.
- Hill, R. (2011) Thomas Harriot's Artis Analyticae Praxis and the Roots of Modern Algebra. Kansas City: University of Missouri. Extraído el día 4 de marzo de 2013 de <http://www.homsigmaa.org/Hill.pdf>
- Puig, L. (2011). Historias de al-Khwārizmī (7ª entrega). Figuras y demostraciones. [Versión electrónica]. Revista SUMA, 68, 93-102.
- Zalamea, F. (2007). Fundamentos de matemáticas. Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

## Introducción

La enseñanza del álgebra en el contexto escolar está acompañada de algunas dificultades que presentan los niños; éstas pueden ser de tipo cognitivo, pues no todos los estudiantes que inician el curso de álgebra cuentan con sólidos dominios en aritmética y en este sentido surgen errores como consecuencia del uso abusivo de la generalización; son de tipo actitudinal, ya que muchos consideran que es difícil y que basta con operar aritméticamente unas letras; situación que no permite ver en el lenguaje algebraico, un elemento dinamizador del lenguaje de las matemáticas, ni el verdadero significado de la variable, de las expresiones equivalentes, y de las operaciones con expresiones equivalentes. Más aun deja el álgebra en un escenario árido y descontextualizado. Como consecuencia, los estudiantes se limitan a memorizar conceptos sin comprender su significado ni establecer relaciones entre ellos.

La introducción al álgebra a través de la geometría es una herramienta y a la vez una alternativa didáctica que logra en un primer momento fortalecer el paso del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Permite dar significado al concepto de variable, a las expresiones algebraicas y a las operaciones básicas, para posteriormente introducir la noción de factorización. Hago referencia a la noción de factorización ya que la geometría nos es útil para factorizar polinomios hasta de segundo grado, con ciertas restricciones en los conjuntos de números, que mas adelante explicaremos. Sin embargo su uso





## Factorización de trinomios I

Destreza con criterios de desempeño: Factorizar polinomios y desarrollar productos notables. (9, A)

Si calculas mentalmente  $38^2 - 37^2 - 36^2 + 35^2$ , te regalo cinco figuritas



Ara

Daniel

En un trinomio cuadrado perfecto, el primer y tercer término tienen raíces cuadradas, y el segundo término es el doble producto de dichas raíces.



$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{a^2} & & \sqrt{b^2} \\ \downarrow & & \downarrow \\ a & & b \\ \downarrow & & \downarrow \\ a & & b \\ \downarrow & & \downarrow \\ & 2ab & \\ a^2 + 2ab + b^2 & = & (a + b)^2 \end{array}$$

### DIME LO QUE SABES

Lee la situación y responde las preguntas utilizando factoro.

Si Daniel resolvió y ganó las figuritas, ¿cuál fue el resultado que halló? ¿Cómo lo hizo?

$$\begin{array}{l} 38^2 - 37^2 - 36^2 + 35^2 \\ = (38^2 - 37^2) - (36^2 - 35^2) \\ = (38 + 37)(38 - 37) - (36 + 35)(36 - 35) \\ = 75 \cdot 1 - 71 \cdot 1 = 75 - 71 = 4 \end{array}$$

### LO QUE DEBES APRENDER

#### Trinomios cuadrado perfecto

El trinomio cuadrado perfecto tiene una relación directa con el binomio al cuadrado.

$$\begin{array}{ccc} \text{Binomio} & & \text{Trinomio} \\ \text{al cuadrado} & (a + b)^2 = & a^2 + 2ab + b^2 \\ & & \text{cuadrado} \\ & & \text{perfecto} \end{array}$$

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

#### Ejemplo

Factoriza el trinomio cuadrado perfecto  $x^2 + 8x + 16$ .

$$\begin{array}{ccc} x^2 & + & 8x & + & 16 \\ \sqrt{x^2} = x & & & & \sqrt{16} = 4 \\ \downarrow & & & & \downarrow \\ 2(x)(4) = 8x & & & & \end{array}$$

El primer y tercer término tienen raíces cuadradas.  
El segundo término es el doble del producto de las raíces.

#### Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción

Los trinomios cuyo primer y segundo términos son cuadrados perfectos, pero cuyo segundo término no es el doble producto de las raíces, se puede convertir en un trinomio cuadrado perfecto sumando y restando un término, de tal manera que se convierta en un trinomio cuadrado perfecto.

#### Ejemplo

Factorizar  $x^2 - 3x^2 + 9$  por adición y sustracción.

$$\begin{array}{l} = x^2 - 3x^2 + 9x^2 + 9 - 9x^2 \quad \text{Se suma y resta } 9x^2. \\ = (x^2 + 6x^2 + 9) - 9x^2 \quad \text{Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto del paréntesis.} \\ = (x^2 + 3)^2 - 9x^2 \quad \text{Se factoriza la diferencia de cuadrados.} \\ = [(x^2 + 3) - 3x][(x^2 + 3) + 3x] \quad \text{Se eliminan signos de agrupación y se ordena.} \\ = x^2 - 3x^2 + 9 - (x^2 - 3x + 3)(x^2 + 3x + 3) \end{array}$$

© SANTILLANA

### DEMUESTRA LO QUE APRENDISTE

1. Explica a qué se refiere la expresión «el doble producto» de la que se habla cuando se mencionan las características de un trinomio cuadrado perfecto.

2. Determina cuáles de los siguientes trinomios son cuadrados perfectos. Explica por qué.

- a.  $x^2 + 6x + 9$       g.  $8m^2 - 8mn^3 + 4n^6$   
b.  $m^2 - 8m + 25$       h.  $7x^2y^2 - 12x^3y + 6$   
c.  $5a^2 + 30ab + 9b^2$       i.  $-14a + 1 + 49a^2$

d.  $4x^2 + 12xy + 9y^2$       j.  $a^4 - 2a^2 + 1$

e.  $9m^2 - 36mn + 6n^2$       k.  $\frac{9}{25}x^2y^2 - \frac{3}{10}xy + \frac{1}{4}$

f.  $25x^4 - 15x^2y^2 + 9y^4$       l.  $\frac{1}{16}m^2n^2 - \frac{1}{3}m^2n + \frac{4}{9}$

3. Escribe el término que falta en  $\square$  para que la expresión sea un trinomio cuadrado perfecto.

a.  $x^2 + 10x + \square$       d.  $4m^2 - \square + 9n^2$

b.  $9x^2 + \square + 1$       e.  $16x^4 + 10x^2y^2 + \square$

c.  $a^2 + 4a + \square$       f.  $\frac{1}{9}x^4 - \frac{10}{3}x^2y + \square$

4. Factoriza los siguientes trinomios.

a.  $9x^2 + 6x + 1$       h.  $m^2 + 18m^2n^2 + 81n^4$

b.  $36m^2 - 60m + 25$       i.  $16a^2 + 40ab^4 + 25b^8$

c.  $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$       j.  $16x^4 - 2x^3y^2 + \frac{y^4}{16}$

d.  $16m^2 + 81 - 72n$       k.  $\frac{1}{25} + \frac{25}{36}a^4 - \frac{1}{3}a^2$

e.  $49a^4 + 25b^4 - 70a^2b^2$       l.  $\frac{4}{25}x^4 - \frac{3}{10}x^2y^2 + \frac{9}{64}y^4$

f.  $\dots$       m.  $\frac{4}{9}a^3 - 2ab^2 + \frac{9}{4}b^3$

g.  $1 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}x^2$       n.  $\frac{1}{81}x^4 + \frac{8}{27}x^2y^2 + \frac{16}{9}y^4$

© SANTILLANA

### ACTIVIDADES

5. Relaciona cada trinomio con el término que se le debe sumar para que sea trinomio cuadrado perfecto

- a.  $x^4 + x^2 + 1$       I.  $-9x^4y^2$   
b.  $4x^4 + 8x^2 + 9$       II.  $-36x^4y^2$   
c.  $16x^4 + 24x^2y^2 + 25y^4$       III.  $x^2$   
d.  $9x^4 - 33x^2y^2 + 49y^4$       IV.  $4x^4$   
e.  $100x^4 - 36x^2y^2 + 4y^4$       V.  $16x^4y^2$   
f.  $144x^4 - 60x^2y^2 + 16y^4$       VI.  $-4x^4y^2$

6. Factoriza los siguientes trinomios.

- a.  $9x^2 + 6x + 1$       e.  $n^2 + 3n^2 + 4$   
b.  $-14m^2 + 49m^2 + 1$       f.  $m^2 - 45m^2 + 100$   
c.  $16 - 104a^2 + 169a^4$       g.  $w^4 + 5w^2 + 225$   
d.  $16 + 40t^2 + 25t^4$       h.  $36m^4 - 16m^2n^2 + n^4$

7. Determina dónde está el error de la siguiente factorización.

$$\begin{array}{l} 81x^4 + 11x^2y^2 + 4y^4 \\ 81x^4 + 36x^2y^2 + 4y^4 - 25x^2y^2 \\ (81x^4 + 36x^2y^2 + 4y^4) - 25x^2y^2 \\ (9x^2 - 2y^2 + 5x^2y^2)(9x^2 - 2y^2 - 5x^2y^2) \end{array}$$

### TAREA

Determina las dimensiones de cada cuadrilátero a partir de su área.

a.  $A = m^4 + m^2 + 1$       c.  $A = y^4 - 6y^2 + 1$   
b.  $A = 9x^2 + 72x^2 + 144$       d.  $A = 1 + 2n^2 + 81n^4$

Ejercitación

1. Escribe tres monomios cuyo factor común sea la expresión dada.

- a.  $x^2y$
- b.  $14m^3n^2$
- c.  $-\frac{5}{3}x^2y^2z$
- d.  $-9a^2b$
- e.  $4xm$
- f.  $-\frac{3}{7}x^4y^2z^2$

2. Escribe tres formas de factorizar cada monomio.

- a.  $16a^4b^2$
- b.  $320x^4yz^2$
- c.  $\frac{2}{9}a^3b^2c$
- d.  $90m^4n^4$
- e.  $15m^3n^2$
- f.  $\frac{8}{3}x^2y^3$

3. Relaciona cada polinomio con su factor común.

- a.  $7x^2 - 14$
- b.  $4x^2 - 12x^2$
- c.  $21x^3 - 35x^3 - 14x^3$
- d.  $9x^2y^2 - 72x^2y^2 - 54xy$
- e.  $5x^4y^2z^3 - 100x^4y^2z^4$
- f.  $-6x^2y + 36x^2y^2 - 42x^2y^3$
- I.  $9xy$
- II.  $6x^2y$
- III.  $5x^2y^2z^3$
- IV.  $7$
- V.  $4x^2$
- VI.  $7x^2$

4. Factoriza los siguientes polinomios.

- a.  $9m + 18$
- b.  $3n + 15$
- c.  $5y + 40$
- d.  $4x^2 + 32x$
- e.  $6x^2 - 42x^2$
- f.  $7x - 14x^3$
- g.  $-6x - 36$
- h.  $11y - 33$
- i.  $-4m + 28$
- j.  $-5x^3 + 20x$
- k.  $-8x - 16x^3$
- l.  $-6x^3 + 2x^2 + x$
- m.  $10y^3 - 5y^3 + 10y$
- n.  $5y^2 + 15y^2 + 10y$

5. Factoriza los polinomios con fracciones.

- a.  $\frac{4}{7}m^4 + \frac{2}{7}m^3 - \frac{9}{7}m^2 + \frac{1}{7}m$
- b.  $\frac{5}{8}n^3 + \frac{1}{8}n^2 - \frac{3}{8}n^3 - \frac{21}{8}n^3$
- c.  $\frac{2}{5}m^2 + \frac{1}{5}m^3 + \frac{3}{5}m + \frac{1}{5}$

6. Determina cuál es el factor común en cada caso.

- a.  $8(x+4) - t(x+4)$
- b.  $9(x-2) - y(x-2)$

7. Completa cada factorización.

- a.  $x + x^2 + y^2 - xy^2$   
 $= x + x^2 - \square$   
 $= x \square - y^2$   
 $= (\square)(\square)$
- b.  $4x^3 - 1 - x^2 + 4x$   
 $= 4x^3 - x^2 + \square$   
 $= x^2 \cdot \square + \square$   
 $= (\square)(\square)$

8. Factoriza los siguientes polinomios.

- a.  $x^2 + x + x^2 + 1 + a^2 + a^2x^2$
- b.  $x^3 + x + x^2 + 1 + a^2 + a^2x^2$
- c.  $x^3 + x + x^2 + 1 + a^2 + a^2x^2$
- d.  $x^3 + x + x^2 + 1 + a^2 + a^2x^2$
- e.  $4 \dots 4 \cdot 2 \dots 3 \quad 9 \dots 2 \cdot 1 \dots$

9. Escribe V, si la afirmación es verdadera o F, si es falsa.

- a.  $64x^6y^2 + 36x^2y^4$  equivalente a  $(8x^4y + 6xy^2)(8x^2y - 6xy^2)$
- b.  $x^2 - y^2$  equivalente a  $(x+y)(x-y)$
- c.  $x^2 - y^2$  equivalente a  $(x+y)(x-y)$
- d.  $\frac{144}{49}m^2 - n^2$  equivalente a  $(\frac{12}{7}m + n)(\frac{12}{7}m - n)$

10. Halla el área de la figura sombreada. Luego, factorízala.



© SANTILLANA

11. Escribe en tu cuaderno los tipos de factorización que se han utilizado en cada caso.

- a.  $x^2 - y^2$   
 $= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$   
 $= (x+y)(x-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$
- b.  $\frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)}$   
 $= \frac{x^2 - y^2}{(x+y)(x-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)}$
- c.  $\frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)}$   
 $= \frac{(x+y)(x-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)}$
- d.  $x^2 - y^2$   
 $= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$   
 $= (x+y)(x-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$

12. Descompón los siguientes polinomios en tres factores.

- a.  $12mx^2 - 12m$
- b.  $5m^4 + 5m$
- c.  $n^4 - 81$
- d.  $x^4 - (x+2)^2$
- e.  $2a^2 - 6a^3 - 56a^2$
- f.  $2m^3n - 4mnp + 2np^2$
- g.  $16x^2 - 48x^2y + 36y^2$
- h.  $32m^3p - 48m^2np + 18mn^3p$
- i.  $a^2 - a^2b - 3ab^2 + b^3$
- j.  $2x^4 + 5x^3 - 54x - 135$
- k.  $m^2 - 6m^2n + 12mn^2 - 8n^3$
- l.  $m^2 - 6m^2n + 12mn^2 - 8n^3$
- m.  $\frac{1}{2}a^5 + a^3 - \frac{3}{2}a^2b - 3ab$

© SANTILLANA

13. Descompón los siguientes polinomios en cuatro factores.

- a.  $x^6 - 1$
- b.  $1 - m^4n^4$
- c.  $a^4 - 729$
- d.  $3x^4 - 243$
- e.  $x^6 + 2x^3 + 1$
- f.  $8m^4 + 6m^2 - 2$
- g.  $16a^4 - 8a^2b^2 + b^4$
- h.  $x^5 - x^3y^2 - x^2y^3 + y^5$

14. Determina si la factorización de cada polinomio es correcta. En caso de no serlo, factorízalo correctamente.

- a.  $m^3 - mn^3$   
 $= m(m-n)(m+n)(m^2+n^2)(m^4+n^4)$
- b.  $x^2 - xy^4$   
 $= x(x-y)(x+y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
- c.  $4a^4 - 8a^2 + 4$   
 $= 4(a-1)^2(a+1)^2$
- d.  $m^3 - 40m^2 + 144m$   
 $= m(m+6)(m-6)(m+4)$
- e.  $x^6 + x^3y^2 - x^4 - xy^3$   
 $= x(x-1)(x+1)(x^2+y^2)$
- f.  $a^4 + 5a^3 - 81a^2 - 405a$   
 $= a(a+5)(a-5)(a+3)(a-3)$

15. Escribe en cuántos factores se puede descomponer completamente cada polinomio.

- a.  $9m^4 + 9m^3n - m^2 - mn$
- b.  $9m^2 + 9m^3n - m^2 - mn$
- c.  $5xy^3 + 10y^2 - 5xy - 10$
- d.  $a^2b^3 - a^2c^3 + 2ab^3 - 2ac^3$
- e.  $x^2y^2 + x^2y - 6x^2 - y^2 - y + 6$
- f.  $A = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} \rightarrow A = \frac{P \cdot ap}{2}$
- g.  $A = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} \rightarrow A = \frac{P \cdot ap}{2}$

16. Escribe un polinomio que se pueda factorizar utilizando solamente los casos que se mencionan.

- a. Factor común y diferencia de cuadrados
- b. Factor común y trinomio cuadrado perfecto