



UTMACH

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

EFFECTOS CRÍTICOS PARA DISEÑO POR ULTIMA RESISTENCIA DE UN
PUENTE COLGANTE SUJETO A CARGAS POR VIENTO Y ACCIONES
SÍSMICAS

REYES MARTINEZ JENNIFER MAYTE
INGENIERA CIVIL

MACHALA
2022



UTMACH

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

EFFECTOS CRÍTICOS PARA DISEÑO POR ULTIMA RESISTENCIA
DE UN PUENTE COLGANTE SUJETO A CARGAS POR VIENTO Y
ACCIONES SÍSMICAS

REYES MARTINEZ JENNIFER MAYTE
INGENIERA CIVIL

MACHALA
2022



UTMACH

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

EXAMEN COMPLEXIVO

EFFECTOS CRÍTICOS PARA DISEÑO POR ULTIMA RESISTENCIA DE UN PUENTE
COLGANTE SUJETO A CARGAS POR VIENTO Y ACCIONES SÍSMICAS

REYES MARTINEZ JENNIFER MAYTE
INGENIERA CIVIL

ORDÓÑEZ FERNANDEZ JOSÉ LUIS

MACHALA, 22 DE FEBRERO DE 2022

MACHALA
22 de febrero de 2022

Reyes Mayte

por Mayte Reyes

Fecha de entrega: 10-feb-2022 10:18p.m. (UTC-0500)

Identificador de la entrega: 1759762767

Nombre del archivo: Reyes_Mayte.pdf (259.42K)

Total de palabras: 4112

Total de caracteres: 19649

Reyes Mayte

INFORME DE ORIGINALIDAD

4%

INDICE DE SIMILITUD

4%

FUENTES DE INTERNET

0%

PUBLICACIONES

1%

TRABAJOS DEL
ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1

www.dspace.uce.edu.ec

Fuente de Internet

1%

2

policialocalpaterna.com

Fuente de Internet

<1%

3

repositorio.ausjal.org

Fuente de Internet

<1%

4

Submitted to Universidad Técnica de Machala

Trabajo del estudiante

<1%

5

www.buenastareas.com

Fuente de Internet

<1%

6

Submitted to Universidad Catolica De Cuenca

Trabajo del estudiante

<1%

7

drifting.driftsports.de

Fuente de Internet

<1%

8

oa.upm.es

Fuente de Internet

<1%

9

www.edition999.info

Fuente de Internet

<1%

CLÁUSULA DE CESIÓN DE DERECHO DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO DIGITAL INSTITUCIONAL

La que suscribe, REYES MARTINEZ JENNIFER MAYTE, en calidad de autora del siguiente trabajo escrito titulado EFECTOS CRÍTICOS PARA DISEÑO POR ULTIMA RESISTENCIA DE UN PUENTE COLGANTE SUJETO A CARGAS POR VIENTO Y ACCIONES SÍSMICAS, otorga a la Universidad Técnica de Machala, de forma gratuita y no exclusiva, los derechos de reproducción, distribución y comunicación pública de la obra, que constituye un trabajo de autoría propia, sobre la cual tiene potestad para otorgar los derechos contenidos en esta licencia.

La autora declara que el contenido que se publicará es de carácter académico y se enmarca en las disposiciones definidas por la Universidad Técnica de Machala.

Se autoriza a transformar la obra, únicamente cuando sea necesario, y a realizar las adaptaciones pertinentes para permitir su preservación, distribución y publicación en el Repositorio Digital Institucional de la Universidad Técnica de Machala.

La autora como garante de la autoría de la obra y en relación a la misma, declara que la universidad se encuentra libre de todo tipo de responsabilidad sobre el contenido de la obra y que asume la responsabilidad frente a cualquier reclamo o demanda por parte de terceros de manera exclusiva.

Aceptando esta licencia, se cede a la Universidad Técnica de Machala el derecho exclusivo de archivar, reproducir, convertir, comunicar y/o distribuir la obra mundialmente en formato electrónico y digital a través de su Repositorio Digital Institucional, siempre y cuando no se lo haga para obtener beneficio económico.

Machala, 22 de febrero de 2022



REYES MARTINEZ JENNIFER MAYTE
0705845956

AGRADECIMIENTO

De manera especial le doy las gracias a mi distinguida madre Rosita Martínez Brito por darme su amor, confianza y apoyo de manera incondicional, a mi familia que son mi padre, hermanas y sobrinos, ya que ha sido mi motivo para luchar y alcanzar esta meta, a mis compañeros y grandes amigos que me extendieron la mano en los momentos más difíciles de la vida estudiantil.

RESUMEN

El presente documento contiene el análisis estructural de un puente colgante existente, se ha aplicado cargas laterales de sismo y de viento, el objetivo es definir qué carga es la que presenta mayor impacto en el puente. Se ha utilizado el método de la rigidez y también un programa de análisis estructural, este software nos permite observar el comportamiento de la estructura según el tipo de carga que se aplique lo cual es beneficioso ya que facilita el análisis.

En cuanto a las cargas gravitacionales tendremos carga muerta y un pequeño valor de carga viva, ya que, el puente no es peatonal, ni vehicular, dicha estructura sostiene una tubería de PVC que transporta agua potable a presión.

Se ha tomado como referente la NORMA ECUATORIANA DE LA CONSTRUCCIÓN para calcular las cargas laterales: sísmicas y de viento, para esto se ha ubicado la estructura en la provincia de Esmeraldas en el cantón Quininde con un tipo de suelo D, de acuerdo al mapa de zonificación sísmica Esmeraldas se encuentra categorizada en peligrosidad sísmica muy alta, con estos datos procedemos a obtener los coeficientes necesarios para obtener el espectro de diseño. De la misma manera según las características del puente y su entorno se encuentra en la norma los coeficientes para calcular la fuerza de viento que se aplican a las columnas y vigas.

Así se ha llegado a los resultados donde se puede observar las diferentes magnitudes de esfuerzo cortante que actúan en la base de cada torre.

Palabras claves: Diseño sismo resistente, viento, puente colgante, NEC-SE-DS, cortante basal.

ABSTRACT

This document contains the structural analysis of an existing suspension bridge, lateral seismic and wind loads have been applied to said structure, the object is to define which load is the one that has the greatest impact on the bridge. The method of stiffness has been used and also a structural analysis program, this software allows us to observe the behavior of the structure according to the type of load that is applied, which is beneficial since it facilitates the analysis.

As for gravitational loads, we will have dead load and a small value of live load, since the bridge is neither pedestrian nor vehicular, said structure supports a PVC pipe that transports pressurized drinking water.

The ECUADORIAN CONSTRUCTION STANDARD has been taken as a reference to calculate the lateral loads: seismic and wind, for this the structure has been located in the province of Esmeraldas in the Quininde canton with a type of soil D, according to the map of seismic zoning Esmeraldas is categorized in very high seismic hazard, with these data we proceed to obtain the necessary coefficients to obtain the design spectrum. In the same way, according to the characteristics of the bridge and its surroundings, the coefficients to calculate the wind force applied to the columns and beams are found in the standard.

Thus, the results have been reached where the different magnitudes of shear forces that act at the base of each tower can be observed.

Keywords: Earthquake resistant design, wind, suspension bridge, NEC-SE-DS, base shear.

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN	8
1.1 Objetivo General	8
1.2 Objetivos específicos	8
2. DESARROLLO.....	9
2.1 Puentes	9
2.2 Localización y características de la zona	9
2.3 Descripción de la estructura.....	9
2.4 Fuerza de viento	11
2.5 Sismo de diseño	11
2.6 Materiales y métodos.....	12
2.7 Cálculo de fuerza de viento.....	12
2.8 Cálculo del espectro de diseño	14
2.9 Método de la rigidez.....	16
2.10 Matriz de rigidez.....	17
2.11 Condensación estática.....	18
2.12 Valores propios.....	18
2.13 Modelación geométrica del puente colgante.....	19
2.14 Carga muerta.....	20
2.15 Carga viva.....	20
2.16 Combinaciones de carga de la norma AASHTO LRFD	21
3. RESULTADOS	22
4. CONCLUSIONES.....	24
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	25
6. ANEXOS	26

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Coeficiente de corrección	13
Tabla 2 Periodo obtenido de software	22
Tabla 3 Esfuerzo cortante por sismo	23
Tabla 4 Esfuerzo cortante por viento.....	23

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1 Datos del puente para el espectro de diseño	15
Cuadro 2 Amplitud, Frecuencia y periodo del plano Y-Z.....	19
Cuadro 3 Espectro de diseño Fuente: El Autor.....	31

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Perfil Longitudinal del puente	10
<i>Ilustración 2 Perfil transversal del puente</i>	10
Ilustración 3 Espectro elástico horizontal de diseño en aceleraciones.....	15
Ilustración 4 Grados de libertad.....	16
Ilustración 5 Amplitud y Periodo	18

1. INTRODUCCIÓN

Las fuerzas laterales son las que actúan en el sentido de la gravedad, este es el caso de los sismos y de las fuerzas de viento, las cuales pueden ser inofensivas como también llegar a ser extremadamente peligrosas al percibirse en cualquier estructura, por ende, a lo largo de la historia se ha realizado estudios para determinar los factores que intervienen en el daño que un sismo y/o viento puede causar a una construcción y consecuentemente a sus usuarios.

Ecuador es uno de los países con zonas altamente sísmicas en su antecedente histórico se puede constatar que el país ha sufrido terremotos como en Ambato en 1949, Esmeraldas en 1979, Macas en 1995 y el más reciente es el terremoto del 16 de Abril de 2016 en Pedernales de la provincia de Manabí de magnitud 7.8 Mw, sus consecuencias fueron fatales ya que la pérdida no fue solo material si no también humana, mostrando la falta de la aplicación de un análisis sismo resistente al momento de hacer las construcciones. [1]

La NORMA ECUATORIANA DE LA CONSTRUCCIÓN nos da el capítulo Peligro Sísmico y Diseño Sismo Resistente donde se encuentra la información necesaria para realizar el diseño sismoresistente a una construcción donde los parámetros se basan en la ubicación geográfica y tipo de suelo donde se encuentre la construcción. Así mismo en el capítulo de cargas no sísmicas encontramos normalizado el proceso para encontrar la fuerza del viento.

1.1 Objetivo General

Identificar efectos críticos para diseño por última resistencia de un puente colgante sujeto a cargas por viento y acciones sísmicas.

1.2 Objetivos específicos

- Modelar la estructura considerando la totalidad de los elementos y sus condiciones de borde utilizando un software de análisis estructural.
- Definir y asignar a la estructura tipo puente colgante las cargas por viento y acciones sísmicas correspondientes.
- Identificar los efectos más desfavorables producidos por las cargas gravitacionales y laterales que gobernarían el diseño de las torres por última resistencia.

2. DESARROLLO

2.1 Puentes

Desde el inicio de la historia de la humanidad el hombre ha ido desarrollando múltiples avances esto gracias a las necesidades que se presentan y se ha debido ingeniar los métodos para suplirlas, un puente es una estructura diseñada para conectar un punto a otro, superar los obstáculos que impiden el traslado normal como ríos o simplemente una topografía cóncava, esta estructura puede ser de múltiples materiales como madera, hormigón o metal, tener distintas partes que lo conforman y ser de distintas funcionalidades [2].

2.2 Localización y características de la zona

Saber donde esta ubicada la estructura que vayamos a analizar o diseñar es de suma importancia ya que para calcular las fuerzas laterales tanto de sismo como de viento, estas características nos indican el camino a seguir.

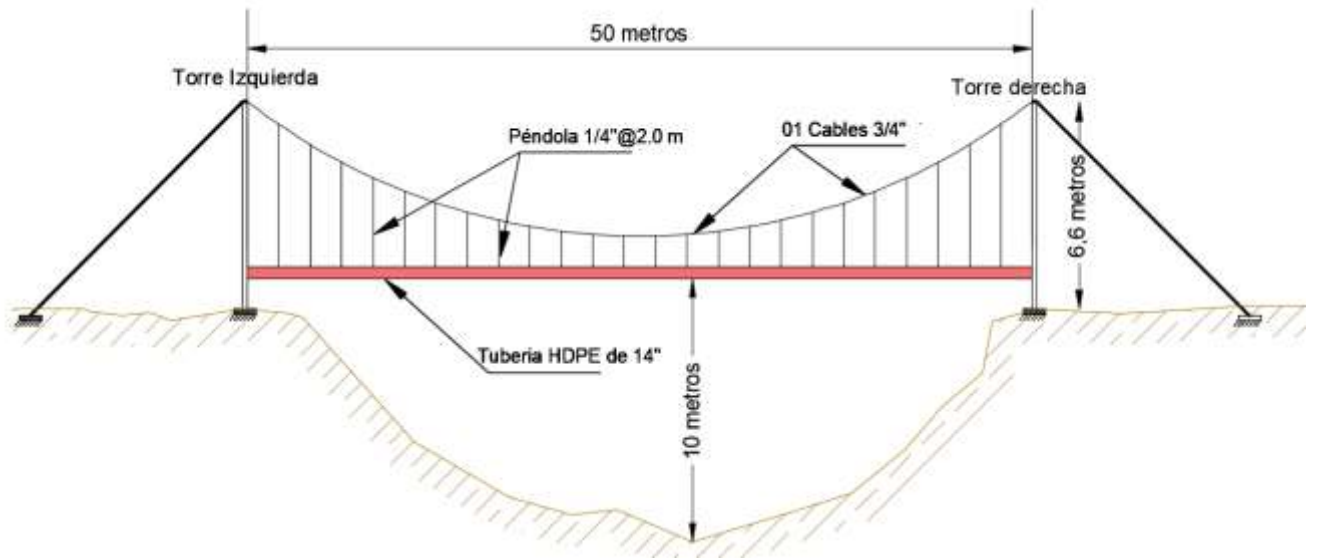
Este puente está ubicado en la provincia de Esmeraldas se ha escogido un tipo de suelo D, en una zona rural no poblada, lo que quiere decir que se encuentra en una zona sísmica muy alta y esta expuesto a fuertes fuerzas de viento.

2.3 Descripción de la estructura

Se trata de un puente tipo colgante de 50 metros de luz, sostenido por dos torres estas son gemelas por lo tanto su geometría, secciones y materiales son los mismos, cada torre está armada por dos columnas paralelas con una distancia de 1.3 metros y cuatro vigas, en la primera viga contando desde la superficie hacia arriba, se encuentra una tubería de 14" (pulgadas) simplemente apoyada en estas vigas, esta tubería esta sostenida por 24 pendolas de $\frac{1}{4}$ " y estas pendolas a su vez sostenidas de un único cable de $\frac{3}{4}$ " que atraviesa el puente, dicho cable esta anclado en el terreno, por ende, este puente no es peatonal, tiene unicamente la función de sostener una tubería de agua potable a presión.

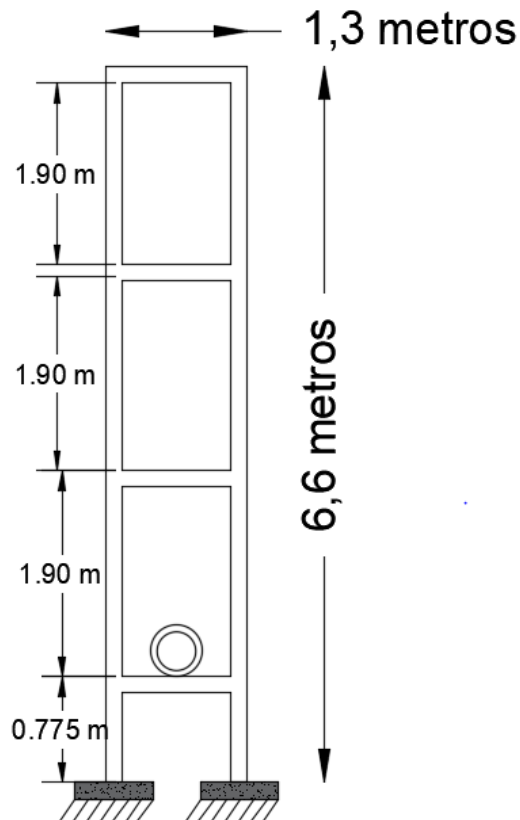
En el modelo real del puente, éste cuenta con cajas de anclaje para el cable que atraviesa el puente y también con cimentaciones que sostienen las torres, en este caso lo hemos tomado en ambas situaciones como un empotramiento ya que el fin de este trabajo no es extenderse hacia el diseño de estos elementos, si no observar el comportamiento de las torres en respuesta a una acción sísmica en el plano Y.

Ilustración 1 Perfil Longitudinal del puente



Fuente: El Autor

Ilustración 2 Perfil transversal del puente



Fuente: El Autor

2.4 Fuerza de viento

Toda construcción esta propensa a soportar las fuerzas de viento estas fuerzas son descritas como masas de aire que se mueven de manera horizontal, pueden pasar desapercibidas como también provocar daños graves a las estructuras, esto depende de cuan alta sea la edificación, de la topografía y del entorno en el que se encuentre ubicado, el viento llegara con mayor velocidad mientras más alejado esta de la superficie ya que esta presentaría una fuerza contra restante a la fuerza del viento por la fricción que se produce de la misma manera, el viento no llega con la misma fuerza a un lugar donde hayan múltiples edificaciones ya que cada superficie sería un obstáculo y tendría una reducción a la velocidad del viento. [3]

Es por esto que existen estudios en cada lugar dando como resultado una normativa que nos guía hacia un diseño considerando las fuerzas de viento y el daño que podría causar, aun así, no se puede descartar un fallo ya que es una fuerza de la naturaleza y como todo sobre ello en muchas ocasiones se vuelve impredecible.

2.5 Sismo de diseño

Los sismos son fuerzas laterales de la naturaleza, es por esto que llega a ser impredecible, sin embargo, los antecedentes han ayudado a dar información para poder realizar estudios de esta manera se ve una situación en la cual si bien es cierto no es algo que se pueda evitar, pero sí estar preparados para recibir una fuerza de baja, media o alta magnitud.

Esto no quiere decir que las estructuras no puedan sufrir ningún daño, ya que, las acciones sísmicas provocan en la estructura desplazamientos, aceleraciones y velocidades y de esto dependerá el daño que pueda o no sufrir la estructura. Al hacer un diseño sismo resistente se desea poder soportar estas reacciones causadas por el sismo y es por esto que se estudia la rigidez de los elementos, la ductilidad que de cierta manera se representa el factor de reducción espectral (R), que lo que quiere decir es que se va a reducir el sismo haciendo que al momento de diseñar las secciones de los elementos no sean tan robustas y así haya menos rigidez y más ductilidad [4].

Por otro lado, el tipo de suelo en el cual está la construcción también influye en la fuerza que llega a la estructura si se tiene un suelo blando se incrementará la acción sísmica, caso contrario esta va disminuyendo ya que el suelo aportaría rigidez.

Es importante realizar los estudios antes de hacer la construcción y contar con los respectivos cálculos en los que se han basado para tener planos y especificaciones técnicas como las secciones de los elementos ya que la tecnología sigue avanzando y conjunto a eso los estudios que continúan a partir de estos referentes [5].

2.6 Materiales y métodos

La sección de las columnas es 0.3 metros de ancho por 0.3 metros de alto, se ha usado hormigón de 210 Kilogramos/centímetros² y un acero de 4200 Toneladas/metros². El diámetro de varilla es de 5/8 de pulgada y el acero refuerzo es de 3/8 de pulgada, tal como se indica en el **Anexo I**.

Las sección de las vigas es 0.3 metros de ancho por 0.25 metros de alto, se ha usado hormigón de 210 Kilogramos/centímetros² y un acero de 4200 Toneladas/metros². El diámetro de varilla es de 1/2 de pulgada y el acero refuerzo es de 3/8 de pulgada, tal como se indica en el **Anexo I**.

Acero A36

Modulo de elasticidad $E= 2043 \text{ Toneladas/centimetro}^2$

Esfuerzo de fluencia mínima $F_y= 36 \text{ ksi}$

Resistencia mínima $F_u= 58 \text{ ksi}$

Peso especifico= 7850 Kilogramos/metros³

Acero de 4200 Tn/m²

$F_y= 4200 \text{ Toneladas/metros}^2$

$F_u= 6300 \text{ Toneladas/metros}^2$

Modulo de elasticidad $E= 2043 \text{ Toneladas/centimetro}^2$

Peso especifico= 7850 Kilogramos/metros³

Hormigón 210 Kg/cm²

Resistencia a compresión $F'_c= 210 \text{ Kilogramos/centimetros}^2$

Módulo de elasticidad $E=1825913.47 \text{ Toneladas/metros}^2$

Peso especifico= 2400 Kilogramos/metros³

2.7 Cálculo de fuerza de viento

Para calcular la fuerza de viento nos hemos basado en la NEC capítulo Cargas no Sismicas donde nos indica que para calcular esta fuerza debemos tener en cuenta la altura de la estructura, la sección de columnas y vigas, como también su entorno y ubicación, ya que, los

parámetros para encontrar los datos se basan en estas características, a continuación se detalla el procedimiento y las fórmulas usadas.

Como primer dato la norma nos da la velocidad instantánea máxima del viento, registrada a 10 metros de altura sobre el terreno.

$$V = 21 \frac{m}{s}$$

Este dato lo usamos para calcular la velocidad corregida del viento, el factor de corrección por el cual se multiplica la velocidad máxima lo extraemos de la Tabla 1 que se presenta a continuación.

$$Vb = V * \sigma$$

Tabla 1 Coeficiente de corrección

Altura (m)	Sin obstrucción (Categoría A)	Obstrucción baja (Categoría B)	Zona edificada (Categoría C)
5	0,91	0,86	0,8
10	1	0,9	0,8
20	1,06	0,97	0,88
40	1,14	1,03	0,96
80	1,21	1,14	1,06
150	1,28	1,22	1,15
Fuente: NEC-SE-CG			

Esta tabla se clasifica mediante dos parámetros que son la altura de la estructura y el entorno de donde se encuentra ubicada, la NEC según esto lo clasifica en tres categorías, es decir, en este caso el puente se encuentra en una categoría A ya que como lo especifica la tabla significa que el alrededor de la estructura se encuentra despejado eso sucede cuando el lugar es un río o en una zona no poblada por lo tanto no hay viviendas, edificios ni ningún tipo de construcción aledaña. La categoría B la define como una zona con obstrucción baja, es decir, que el lugar donde se encuentra puede estar poblado y existir edificaciones siempre y cuando sus alturas sean bajas promediando los 10 metros. La categoría C se estaría hablando de una zona urbana llena de edificaciones generalmente altas [6].

Seguidamente calculamos la presión del viento con la siguiente fórmula:

$$P = \frac{1}{2} * \rho * V_b^2 * C_e * C_f$$

Aquí intervienen los siguientes datos: densidad del aire que nos proporciona la norma se puede adoptar 1.25 Kilogramos/metros³, coeficiente de entorno/altura que la NEC nos deriva hacia la norma ASCE donde encontramos una tabla para poder obtener este dato, y el coeficiente de forma que se muestra en el **Anexo II**.

Como resultado se obtiene una carga uniformemente distribuida a lo largo de las columnas y también de la tubería en sentido Y, barlovento es decir carga positiva que significa presión y de succión sotavento.

2.8 Cálculo del espectro de diseño

Para calcular el espectro de diseño como se ha dicho anteriormente nos hemos basado en la NEC, el objetivo de obtener el espectro elástico de diseño es obtener el espectro inelástico que multiplicado por el peso de la estructura se obtiene el cortante basal total de diseño la norma lo define como la fuerza de sismo que actúa en la base de la estructura. Un punto importante a acotar es el factor de zonificación sísmica este se ha obtenido mediante un estudio de peligro sísmico con un periodo de retorno de 475 años [7].

$$V = \frac{I * Sa(Ta)}{R * \emptyset_p * \emptyset_e} * W$$

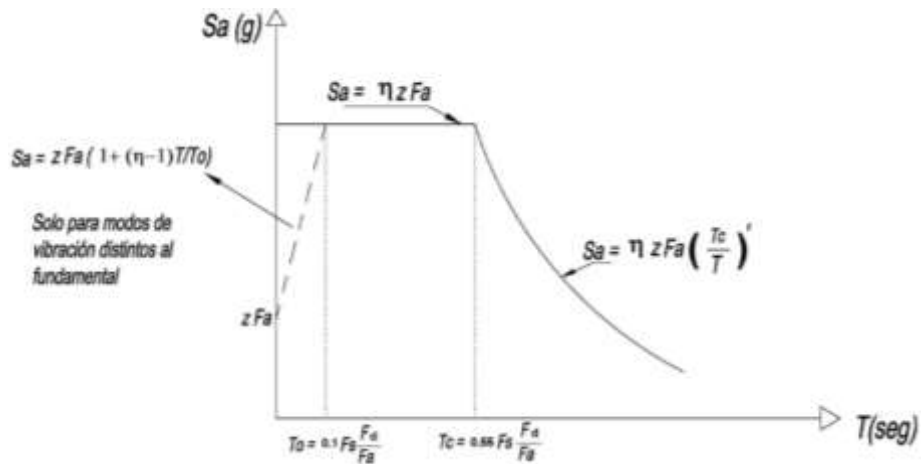
Para calcular el espectro elástico se necesita como datos, coeficientes de amplificación (Fa, Fd, Fs), periodos límite de vibración (Tc, Tl), aceleración máxima en roca esperada (Z), luego de esto se calcula el espectro inelástico donde necesitamos el factor de reducción del sismo (R), coeficiente de regularidad en planta y elevación (\emptyset_p , \emptyset_e) y el coeficiente de importancia (I) que se escoge según la funcionalidad de la edificación, algunos de estos se calculan con las siguientes ecuaciones mientras que otros los encontramos por medio de tablas de la NEC, tal como se muestra en el **Anexo III**.

$$Sa = \eta * z * Fa * \frac{Tc}{T}$$

$$To = 0.1 * Fs * \frac{Fd}{Fa}$$

$$Tc = 0.55 * Fs * \frac{Fd}{Fa}$$

Ilustración 3 Espectro elástico horizontal de diseño en aceleraciones



Fuente: NEC-SE-DS

El periodo con el que se calcula la cortante basal corresponde a la siguiente ecuación:

$$T = Ct * h_n^\alpha$$

Donde:

Ct = Coeficiente que depende del tipo de edificio

h_n = Altura máxima del edificio

Los datos obtenidos para este proyecto son los siguientes:

Cuadro 1 Datos del puente para el espectro de diseño

DATOS		TIPO DE SUELO	
I	1,00	Fa	1,12
$\emptyset p$	1,00	Fd	1,30
$\emptyset e$	1,00	Fs	1,65
R	2,50	r	1,50
N	2,48	Tc	1,05
Z	0,50	Tl	3,12

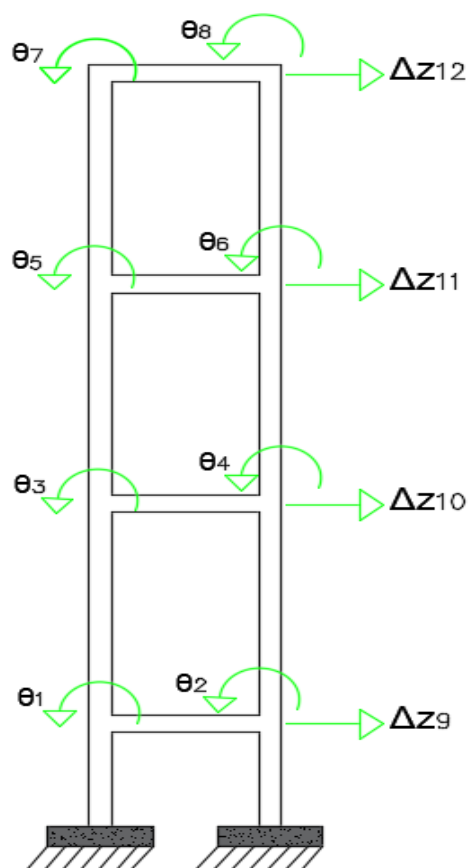
Fuente: El Autor

2.9 Método de la rigidez

Este método como lo dice su nombre depende de la rigidez de la estructura, es decir, a su vez de sus elementos y sus características como secciones y propiedades mecánicas de los materiales, el objetivo es obtener el periodo fundamental, ya que, este está relacionado directamente con la rigidez [8].

Este método se lo ha aplicado en el plano Y-Z ya que se ha trabajado con el sismo en Y, se tiene el siguiente portíco donde se considera que cada nudo tiene tres grados de libertad lo que quiere decir que en ese punto el nudo puede tener un desplazamiento en sentido horizontal, vertical y una rotación ya que estamos considerando en un plano 2d, lo primero que hacemos es encontrar los grados de libertad en este caso son doce, lo que nos da como resultado una matriz de rigidez $[K]$ simétrica de doce por doce [9].

Ilustración 4 Grados de libertad



Fuente: El Autor

2.10 Matriz de rigidez

$$\begin{bmatrix}
 k_1 + k_3 + k_9 & a_9 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 - b_3 & b_3 & 0 & 0 \\
 a_9 & k_2 + k_4 + k_9 & 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 - b_4 & b_4 & 0 & 0 \\
 a_3 & 0 & k_3 + k_5 + k_{10} & a_{10} & a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_3 & b_3 - b_5 & b_5 & 0 \\
 0 & a_4 & a_{10} & k_4 + k_6 + k_{10} & 0 & a_6 & 0 & 0 & 0 & -b_4 & b_4 - b_6 & b_6 & 0 \\
 0 & 0 & a_5 & 0 & k_5 + k_7 + k_{11} & a_{11} & a_7 & 0 & 0 & 0 & -b_5 & b_5 - b_7 & b_7 \\
 0 & 0 & 0 & a_6 & a_{11} & k_6 + k_8 + k_{11} & 0 & a_8 & 0 & 0 & -b_6 & b_6 - b_8 & b_8 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & a_7 & 0 & k_7 + k_{12} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & -b_7 & b_7 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_8 & a_{12} & k_8 + k_{12} & 0 & 0 & 0 & -b_8 & b_8 \\
 b_1 - b_3 & b_2 - b_4 & -b_3 & -b_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_1 + t_2 + t_3 + t_4 & -t_3 - t_4 & 0 & 0 & 0 \\
 b_3 & b_4 & b_3 - b_5 & b_4 - b_6 & -b_5 & -b_6 & 0 & 0 & -t_3 - t_4 & t_3 + t_4 + t_5 + t_6 & -t_5 - t_6 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & b_5 & b_6 & b_5 - b_7 & b_6 - b_8 & -b_7 & -b_8 & 0 & -t_5 - t_6 & t_5 + t_7 + t_8 & -t_7 - t_8 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & b_7 & b_8 & b_7 & b_8 & 0 & 0 & -t_7 - t_8 & t_7 + t_8 & 0
 \end{bmatrix}$$

2.11 Condensación estática

$$Kl = T - B^T * K^{-1} * B$$

La matriz general de rigidez K se divide en cuatro submatrices que se muestra en la ecuación, esto se guía mediante el número de grados de libertad de desplazamiento por piso una vez aplicada esta ecuación encontramos la matriz de rigidez lateral de la estructura.

2.12 Valores propios

$$D = L^{-1} * K * (L^{-1})^T$$

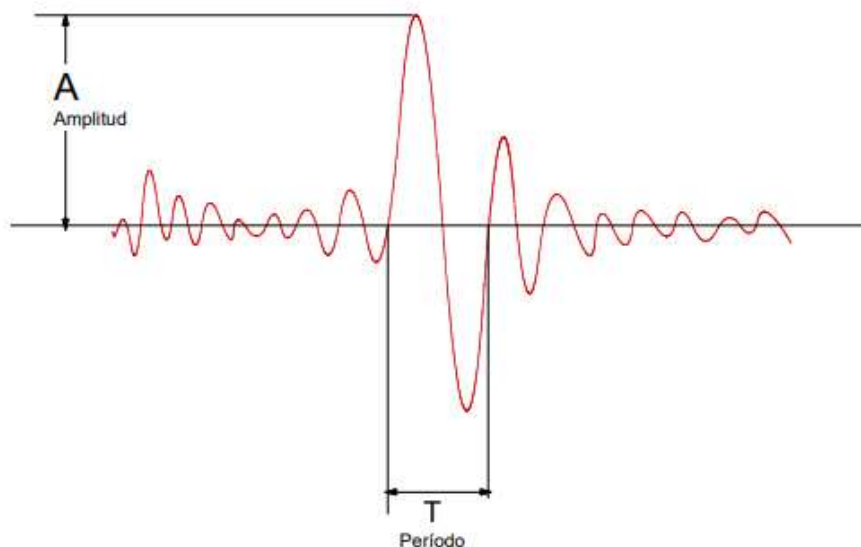
Se aplica el método de valores propios cuando la estructura tiene dos pisos o más se necesita la matriz de masa la cual se obtiene del cálculo de masa de todos los elementos por piso, como se indica en el **Anexo IV**.

Esta matriz de masa coloca en forma diagonal las masas de cada piso correspondiente con el orden de grado de libertad por piso como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m4 \end{bmatrix}$$

La matriz L es igual a la raíz de la matriz de masa y K la matriz de rigidez lateral, de esta manera se obtiene la amplitud y la frecuencia que es la raíz de la amplitud y el periodo que es el inverso de la frecuencia [10].

Ilustración 5 Amplitud y Periodo

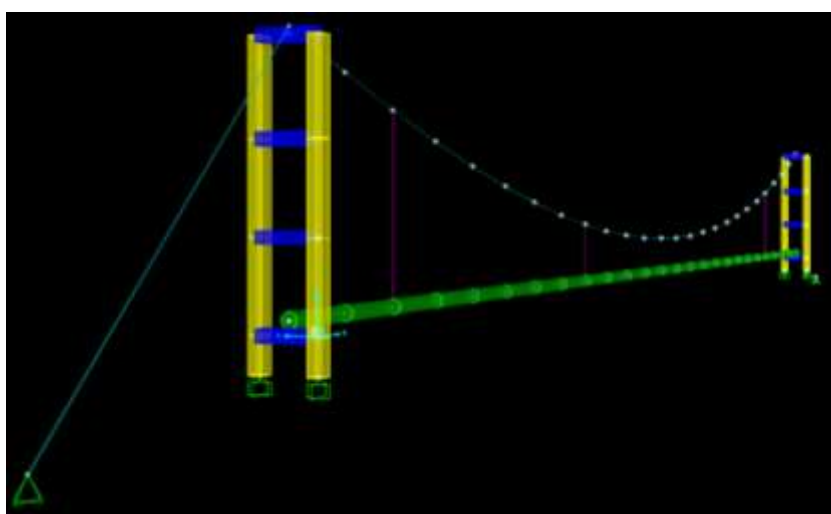


Fuente: [11]

Cuadro 2 Amplitud, Frecuencia y periodo del plano Y-Z

Amplitud	Frecuencia	Periodo
2198356,5	1482,6856	0,004238
372216,31	610,09533	0,010299
93602,73	305,94563	0,020537
2902,302	53,873017	0,11663
Fuente: El Autor		

2.13 Modelación geométrica del puente colgante



Con el software se ha modelado de manera tridimensional la geometría del puente, con las herramientas define se puede definir los materiales a usar en todos los elementos de la estructura, también, las secciones de los elementos en este caso de columnas vigas, cables, péndolas y tubería.

Se procede a dibujar la estructura con la asistencia de las grillas ya hechas, y luego de esto con la herramienta assing podemos asignar los casos de carga en este caso se considera la fuerza de sismo en Y y en X, las solicitaciones las calcula el programa de manera automática ya que con anterioridad se debe importar al modelo el espectro de diseño calculado con el Método 1 que nos presenta la NEC capítulo Peligro Sísmico y diseño sismo resistente para ambas direcciones, por otro lado, también se ha aplicado el método de la rigidez para calcular periodos en el sentido Y.

Las fuerzas de viento son cargas distribuidas asignadas directamente a las columnas y a la tubería en el sentido Y, ya que, en este sentido se entiende que es el panorama crítico.

Existen tres modos de vibración, el modo uno es el que presenta mayor desplazamiento esto tiene que ver con el periodo entre menos rígida sea la estructura mayor será el periodo y habrá más vibración, lo ideal que es requisito en la norma es que el modo de vibración envuelva el noventa por ciento de la masa y se consideren 3 modos de vibración por piso es decir si son cuatros pisos los modos de vibración totales serian 12 si en este número no se alcanza el noventa por ciento de la masa quiere decir que hay elementos que están muy rígidos y otros quizá no tanto, es decir, no hay uniformidad, por ende se incrementan los modos de vibración sin ningún problema [12].

2.14 Carga muerta

Es la carga que permanece estática en este caso tenemos el peso propio de los elementos que conforman las torres que son columnas y vigas, además, el peso de los cables, péndolas, tubería y del agua que pasa por ella. Para obtener esta carga distribuida se debe tener el peso específico de los materiales y se debe conocer las secciones de los elementos para obtener el área de los mismos [13].

2.15 Carga viva

Estas son las cargas que no se mantienen perennes en la estructura es decir se soporta dicha carga de manera esporádica como el paso de personas, por lo general el valor de esta carga esta normado según el funcionamiento que tenga la estructura. En este caso la carga viva es pequeña, se ha tomado un valor de 0.75 Toneladas/metro ya que el puente no es peatonal sin embargo la tubería necesita mantenimiento cada cierto tiempo.

2.16 Combinaciones de carga de la norma AASHTO LRFD

1. $1.4 D$
2. $1.2 D + 1.6 L$
3. $1.2 D + 0.8 W$
4. $1.2 D + 1.6 W + 0.5 L$
5. $1.2 D \pm E + 0.5 L$
6. $0.9 D \pm E$
7. $0.9 D \pm 1.6 W$

Donde:

D = Carga muerta

L = Carga viva

W = Carga por viento

E = Carga por sismo

3. RESULTADOS

Periodo. La norma NEC-SE-DS exige que el porcentaje de masa que debe alcanzar el periodo de vibración debe ser el noventa por ciento, es por esto que se ha tenido que tomar un total de ciento diez modos de vibración para cumplir con este requisito. En esta extensa lista se encontró dos periodos significativos que involucran un buen porcentaje de la masa, tras analizarlo se ha escogido el modo número veinticinco que tiene un periodo de 4.53 segundos y se involucra un cincuenta y nueve por ciento de la masa es por esto que se lo ha tomado como periodo fundamental.

Las razones por las que los modos de vibración no cumplen de manera sencilla con el requerimiento puede ser por múltiples factores, en este caso, se tiene las columnas que presentan una rigidez elevada por su forma y sección de los elementos en comparación a la carga que debe soportar, por otro lado, el cuerpo del puente no tiene losa si no una tubería que al igual que los cables no presenta gran rigidez ni masa, es decir, la estructura no es uniforme.

Tabla 2 Periodo obtenido de software

TABLE: Modal Participating Mass Ratios					
OutputCase	StepType	StepNum	Period	UY	SumUY
Text	Text	Unitless	Sec	Unitless	Unitless
MODAL	Mode	16	138385,4653	0,0002435	0,002879
MODAL	Mode	17	137744,063	0,0001583	0,003037
MODAL	Mode	18	137744,063	0,0001795	0,003217
MODAL	Mode	19	137277,0261	0,0002236	0,003441
MODAL	Mode	20	137277,0261	0,000112	0,003553
MODAL	Mode	21	136949,3464	0,0000168	0,003569
MODAL	Mode	22	136949,3464	0,0003172	0,003887
MODAL	Mode	23	136798,4834	0,0003154	0,004202
MODAL	Mode	24	136798,4834	0,00001782	0,00422
MODAL	Mode	25	4,535574	0,594	0,598

Fuente: El Autor

Esfuerzos cortantes. En la siguiente tabla se muestra el valor de los cortantes en la base de las torres producido por la acción sísmica que nos da un valor de 574.39 Kilogramos-fuerza, mientras que, la fuerza resultante por la carga de viento es 358.97 Kilogramos fuerza, se ha colocado los resultados en las unidades dichas para poder visualizar de manera más detallada la diferencia entre las cortantes según su origen.

La diferencia no es significativa, sin embargo, es importante resaltar que ha sido la acción sísmica quien ha presentado mayor sollicitación a los elementos más rígidos en la estructura.

Tabla 3 Esfuerzo cortante por sismo

TABLE: Element Forces - Frames					
Frame	Station	OutputCase	CaseType	P	V3
Text	m	Text	Text	Kgf	Kgf
116	0	SISMO + Y	LinStatic	-1590,24	574,39
116	0,3875	SISMO+ Y	LinStatic	-1590,24	574,39
116	0,775	SISMO + Y	LinStatic	-1590,24	574,39
Fuente: El Autor					

Tabla 4 Esfuerzo cortante por viento

TABLE: Element Forces - Frames					
Frame	Station	OutputCase	CaseType	P	V3
Text	m	Text	Text	Kgf	Kgf
120	0	VIENTO + Y	LinStatic	303,48	347,99
120	0,3875	VIENTO + Y	LinStatic	303,48	353,48
120	0,775	VIENTO + Y	LinStatic	303,48	358,97
Fuente: El Autor					

$$\%Excedencia = \frac{358.97}{574.39} = 0.62$$

4. CONCLUSIONES

Se ha modelado la estructura en el software de análisis estructural lo que requiere que se tenga un grado alto de conocimiento en el manejo del mismo, ya que, se debe ingresar datos de manera correcta, cuidadosa y paciente caso contrario puede existir la posibilidad de que haya algún error que altere la simulación de la estructura, siguiendo estos lineamientos ha podido arrojar resultados satisfactorios.

Se ha utilizado la norma ecuatoriana para el cálculo de espectro sísmico de diseño y para cargas por viento, para lo que se necesita las características del suelo donde está ubicada la estructura y las propiedades mecánicas de los elementos, sin embargo, estos valores son normados por lo que no gozan de gran precisión y el análisis por otros métodos puede dar resultados distintos.

De acuerdo a los resultados de ha podido concluir que a pesar de que la estructura tiene una altura considerable y esta frente a un escenario donde se expone a fuerzas de viento críticas, la acción sísmica tiene mayor impacto en las torres presentado un cortante basal que superan en un 62% al cortante basal por viento.

En cuanto ha desplazamiento se puede decir que el valor de estos ha resultado poco relevante tanto en acción sísmica como de viento, lo que quiere decir que la respuesta se refleja en la cortante basal.

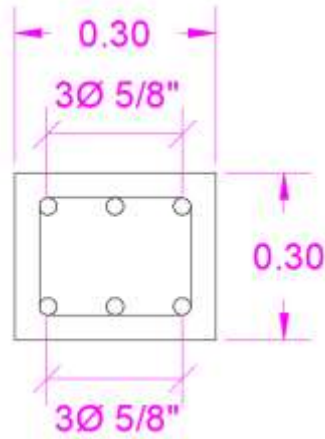
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] F. Rivadeneira, M. Segovia, A. Alvarado, J. Egred, L. Troncoso, S. Vaca y H. Yepes, *Breves Fundamentos Sobre los Terremotos en el Ecuador*, Quito, 2007.
- [2] J. García, J. Ospina y E. Graciano, «La infraestructura de puentes en las vías secundarias del departamento de Antioquia,» *EIA*, nº 22, 2014.
- [3] C. Taboada y H. Pérez, «Influencia de la carga de viento en puentes. Caso de estudio tablero del Puente del Abra.,» *Revista de Arquitectura e Ingeniería*, vol. 8, nº 2, pp. 1-53, 2014.
- [4] J. Music y S. Felipe, «Caracterización de edificios altos de hormigón armado ubicados en la ciudad de Antofagasta, Chile, a través de índices estructurales,» *Ingeniería e Investigación*, vol. 41, nº 3, 2021.
- [5] D. Razo y O. García, «Evaluación integral de la seguridad estructural de edificaciones existentes dañadas por sismos de gran magnitud,» *Ingeniería sísmica*, nº 104, 2020.
- [6] Norma Ecuatoriana de la Construcción, «Cargas (No Sísmicas),» Ministerio de Comunicación Social, MIDUVI, Quito, 2014.
- [7] Norma Ecuatoriana de la Construcción, «Pelígro Sísmico Diseño Sismo Resistente (NEC-SE-DS),» Dirección de Comunicación Social, MIDUVI, Quito, 2014.
- [8] A. Morales, «Método directo de diseño basado en desplazamientos (DDBD) aplicado a sistemas mixtos de hormigón armado,» *Obras y proyectos*, nº 28, 2020.
- [9] N. Pava, J. Pava y L. Morales, «Análisis mecánico de una línea de transporte de vapor ante cargas sísmicas y de viento,» *Científica*, vol. 18, nº 3, pp. 95-101, 2014.
- [10] I. Fernández, E. Vivian, P. Martín, Y. Corona y I. Hernández, «Análisis dinámico de una torre autosoportada sujeta a cargas de viento y sismo,» *Obras y proyectos*, nº 23, 2018.
- [11] M. Dominguez, «Períodos de vibración de las edificaciones,» *Arquitectura e Ingeniería*, vol. 8, nº 2, pp. 1-13, 2014.
- [12] J. Pilatasig, R. Aguiar, B. Cagua, O. Andachi y P. Cerón, «Análisis del reforzamiento de una estructura de acero con diagonales concéntricas. caso del uvc de manta,» *Ingeniería de construcción*, vol. 36, nº 3, 2021.
- [13] M. Bianconi, O. Apango y H. Ramírez, «Puente portátil peatonal desmontable para emergencias,» *Legado de arquitectura y diseño*, nº 18, 2015.

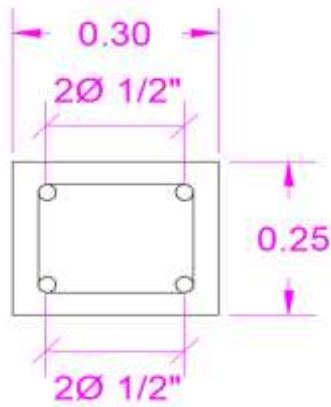
6. ANEXOS

Anexo I. Sección de columnas y vigas.

a. Sección de columna



b. Sección de viga



Anexo II. Coeficiente de entorno/altura y coeficiente de forma.

- Tabla 6. de la normativa NEC-SE-CG, para la determinación del factor de forma Cf.

Construcción	Barlovento	Sotavento
Superficies verticales de edificios	+0.8	
Anuncios, muros aislados, elementos con una dimensión corta en el sentido del viento	+1.5	
Tanques de agua, chimeneas y otros de sección circular o elíptica	+0.7	
Tanques de agua, chimeneas y otros de sección cuadrada o rectangular	+2.0	
Arcos y cubiertas cilíndricas con un ángulo de inclinación que no exceda los 45°	+0.8	-0.5
Superficies inclinadas a 15° o menos	+0.3 a 0	-0.6
Superficies inclinadas entre 15° y 60°	+0.3 a +0.7	-0.6
Superficies inclinadas entre 60° y la vertical	+0.8	-0.6

b. Tabla 26.10-1 de la normativa ASCE, para determinar el coeficiente de entorno altura.

Height above Ground Level, z		Exposure		
ft	m	B	C	D
0-15	0-4.6	0.57 (0.70) ^d	0.85	1.03
20	6.1	0.62 (0.70) ^d	0.90	1.08
25	7.6	0.66 (0.70) ^d	0.94	1.12
30	9.1	0.70	0.98	1.16
40	12.2	0.76	1.04	1.22
50	15.2	0.81	1.09	1.27
60	18.0	0.85	1.13	1.31
70	21.3	0.89	1.17	1.34
80	24.4	0.93	1.21	1.38
90	27.4	0.96	1.24	1.40
100	30.5	0.99	1.26	1.43
120	36.6	1.04	1.31	1.48
140	42.7	1.09	1.36	1.52
160	48.8	1.13	1.39	1.55

Anexo III. Coeficientes para espectro de diseño

- a. Tabla 1 de la norma NEC-SE-DS, valor de factor Z para la zona sísmica adoptada.

Zona sísmica	I	II	III	IV	V	VI
Valor factor Z	0.15	0.25	0.30	0.35	0.40	≥ 0.50
Caracterización del peligro sísmico	Intermedia	Alta	Alta	Alta	Alta	Muy alta

- b. Tabla 3 de la norma NEC-SE-DS, factor de sitio Fa

Tipo de perfil del subsuelo	Zona sísmica y factor Z					
	I	II	III	IV	V	VI
	0.15	0.25	0.30	0.35	0.40	≥0.5
A	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
B	1	1	1	1	1	1
C	1.4	1.3	1.25	1.23	1.2	1.18
D	1.6	1.4	1.3	1.25	1.2	1.12
E	1.8	1.4	1.25	1.1	1.0	0.85
F	Véase Tabla 2 : Clasificación de los perfiles de suelo y la sección 10.5.4					

Tabla 3: Tipo de suelo y Factores de sitio Fa.

- c. Tabla 4 de la norma NEC-SE-DS, factores de sitio Fd

Tipo de perfil del subsuelo	Zona sísmica y factor Z					
	I	II	III	IV	V	VI
	0.15	0.25	0.30	0.35	0.40	≥0.5
A	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
B	1	1	1	1	1	1
C	1.36	1.28	1.19	1.15	1.11	1.06
D	1.62	1.45	1.36	1.28	1.19	1.11
E	2.1	1.75	1.7	1.65	1.6	1.5
F	Véase Tabla 2 : Clasificación de los perfiles de suelo y 10.6.4					

d. Tabla 5 de la NEC-SE-DS, comportamiento no lineal de los suelos F_s

Tipo de perfil del subsuelo	Zona sísmica y factor Z					
	I	II	III	IV	V	VI
	0.15	0.25	0.30	0.35	0.40	≥0.5
A	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
B	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
C	0.85	0.94	1.02	1.06	1.11	1.23
D	1.02	1.06	1.11	1.19	1.28	1.40
E	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
F	Véase Tabla 2 : Clasificación de los perfiles de suelo y 10.6.4					

Tabla 5 : Tipo de suelo y Factores del comportamiento inelástico del subsuelo F_s

Anexo IV. Memoria de cálculo

Cálculo de la fuerza de viento

$$v = 21 \frac{\text{metros}}{\text{segundos}} = 75 \frac{\text{Kilometros}}{\text{hora}}$$

$$Vb (\text{velocidad corregida}) = \frac{21m}{s} * 1 = 21m/s$$

$$P (\text{presión del viento}) = \frac{1}{2} * \rho * V_b^2 * c_e * c_f$$

$$P (\text{presión del viento}) = \frac{\frac{1}{2} * 1.25 \text{ kg/m}^3 * (21 \text{ m/s})^2 * 1.12 * 1.5}{9.81 \text{ m/s}^2}$$

$$P (\text{presión del viento}) \text{ COLUMNAS} = 47.25 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Carga de viento (COLUMNAS)} = \frac{47.25 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} * 6.60 \text{ m} * 0.3 \text{ m}}{6.60 \text{ m}}$$

$$\text{Carga de viento (COLUMNAS)} = 14.175 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}$$

$$P (\text{presión del viento}) \text{ BARLOVENTO} = \frac{\frac{1}{2} * 1.25 \text{ kg/m}^3 * (21 \text{ m/s})^2 * 1.22 * 0.8}{9.81 \text{ m/s}^2}$$

$$P (\text{presión del viento}) \text{ TUBERÍA} = 27.45 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Carga de viento (TUBERÍA)} = \frac{27.45 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} * 50 \text{ m} * 0.557 \text{ m}}{50 \text{ m}}$$

$$\text{Carga de viento (TUBERÍA)} = 15.307 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}$$

$$P (\text{presión del viento}) \text{ SOTAVENTO} = \frac{\frac{1}{2} * 1.25 \text{ kg/m}^3 * (21 \text{ m/s})^2 * 1.22 * 0.5}{9.81 \text{ m/s}^2}$$

$$P (\text{presión del viento}) \text{ TUBERÍA} = 17.156 \text{ Kg/m}^2$$

$$\text{Carga de viento (TUBERÍA)} = \frac{17.156 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} * 50 \text{ m} * 0.557 \text{ m}}{50 \text{ m}}$$

$$\text{Carga de viento (TUBERÍA)} = 9.566 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}$$

$$\text{Barlovento} + \text{Sotavento} = 24.87 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}$$

Cálculo de masas por piso

$$m1 = \left[\left(\frac{0.775}{2} + \frac{1.9}{2} \right) * 2 * 0.3^2 \text{ m}^3 + 1.3 * 0.25 * 0.3 \text{ m}^3 \right] * 2.54 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3} = \frac{0.8623 \text{ Ton}}{\text{gravedad}}$$

$$= 0.0879 \text{ Ton/g}$$

$$m2 = m3 = [1.9 * 2 * 0.3^2 \text{ m}^3 + 0.0975 \text{ m}^3] * 2.54 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3} = \frac{1.12 \text{ Ton}}{\text{gravedad}} = 0.1142 \text{ Ton/g}$$

$$m4 = [1.9 * 0.3^2 \text{ m}^3 + 0.0975 \text{ m}^3] * 2.54 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3} = \frac{0.6845 \text{ Ton}}{\text{gravedad}} = 0.6845 \text{ Ton/g}$$

Cuadro 3 Espectro de diseño Fuente: El Autor

T	Sa	Sa (Inelastico)			
			2,50	0,38	0,15
			2,55	0,37	0,15
			2,60	0,36	0,14
			2,65	0,35	0,14
			2,70	0,34	0,14
			2,75	0,33	0,13
			2,80	0,32	0,13
			2,85	0,31	0,12
			2,90	0,30	0,12
			2,95	0,30	0,12
			3,00	0,29	0,12
			3,05	0,28	0,11
			3,10	0,28	0,11
			3,15	0,27	0,11
			3,20	0,26	0,10
			3,25	0,26	0,10
			3,30	0,25	0,10
			3,35	0,24	0,10
			3,40	0,24	0,10
			3,45	0,23	0,09
			3,50	0,23	0,09
			3,55	0,22	0,09
			3,60	0,22	0,09
			3,65	0,22	0,09
			3,70	0,21	0,08
			3,75	0,21	0,08
			3,80	0,20	0,08
			3,85	0,20	0,08
			3,90	0,19	0,08
			3,95	0,19	0,08
			4,00	0,19	0,08
			4,05	0,18	0,07
			4,10	0,18	0,07
			4,15	0,18	0,07
			4,20	0,17	0,07
			4,25	0,17	0,07
			4,30	0,17	0,07
			4,35	0,17	0,07
			4,40	0,16	0,07
			4,45	0,16	0,06
			4,50	0,16	0,06
			4,54	0,16	0,06
			4,60	0,15	0,06
			4,65	0,15	0,06
			4,70	0,15	0,06
			4,75	0,15	0,06
			4,80	0,14	0,06
			4,85	0,14	0,06
			4,90	0,14	0,06
			4,95	0,14	0,05
			5,00	0,13	0,05
0,00	1,39	0,56			
0,05	1,39	0,56			
0,10	1,39	0,56			
0,15	1,39	0,56			
0,20	1,39	0,56			
0,25	1,39	0,56			
0,30	1,39	0,56			
0,35	1,39	0,56			
0,40	1,39	0,56			
0,45	1,39	0,56			
0,50	1,39	0,56			
0,55	1,39	0,56			
0,60	1,39	0,56			
0,65	1,39	0,56			
0,70	1,39	0,56			
0,75	1,39	0,56			
0,80	1,39	0,56			
0,85	1,39	0,56			
0,90	1,39	0,56			
0,95	1,39	0,56			
1,00	1,39	0,56			
1,05	1,39	0,56			
1,10	1,30	0,52			
1,15	1,22	0,49			
1,20	1,14	0,46			
1,25	1,07	0,43			
1,30	1,01	0,41			
1,35	0,96	0,38			
1,40	0,91	0,36			
1,45	0,86	0,34			
1,50	0,82	0,33			
1,55	0,78	0,31			
1,60	0,74	0,30			
1,65	0,71	0,28			
1,70	0,68	0,27			
1,75	0,65	0,26			
1,80	0,62	0,25			
1,85	0,60	0,24			
1,90	0,57	0,23			
1,95	0,55	0,22			
2,00	0,53	0,21			
2,05	0,51	0,20			
2,10	0,49	0,20			
2,15	0,48	0,19			
2,20	0,46	0,18			
2,25	0,44	0,18			
2,30	0,43	0,17			
2,35	0,42	0,17			
2,40	0,40	0,16			
2,45	0,39	0,16			
2,50	0,38	0,15			

$$\text{Coeficiente sísmico} = \frac{1 \cdot 0,16}{2,5 \cdot 1 \cdot 1} = 0,064$$

Matriz de rigidez

44602,295	4389,2151	5189,438	0	0	0	0	0	0	41054,5141	8193,85006	0	0
4389,2151	44602,295	0	5189,438	0	0	0	0	0	41054,5141	8193,85006	0	0
5189,4384	0	29536,18	4389,215	5189,438	0	0	0	0	-8193,8501	0	8193,85006	0
0	5189,4384	4389,215	29536,18	0	5189,438	0	0	0	-8193,8501	0	8193,85006	0
0	0	5189,438	0	29536,18	4389,215	5189,438	0	0	0	-8193,8501	0	8193,8501
0	0	0	5189,438	4389,215	29536,18	0	5189,438	0	0	-8193,8501	0	8193,8501
0	0	0	0	5189,438	0	19157,31	4389,215	0	0	0	-8193,8501	8193,8501
0	0	0	0	0	5189,438	4389,215	19157,31	0	0	0	-8193,8501	8193,8501
41054,514	41054,514	-8193,85	-8193,85	0	0	0	0	0	271435,316	-17250,211	0	0
8193,8501	8193,8501	0	0	-8193,85	-8193,85	0	0	0	-17250,211	34500,4213	-17250,211	0
0	0	8193,85	8193,85	0	0	-8193,85	-8193,85	0	0	-17250,211	34500,4213	-17250,211
0	0	0	0	8193,85	8193,85	8193,85	8193,85	0	0	0	-17250,211	17250,211

Matriz de masas

$$\begin{bmatrix} 0.0879 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1142 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1142 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6978 \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez lateral

$$\begin{bmatrix} 192963.72 & -30652.27 & 6093.61 & 779.22 \\ -30652.27 & 27652.12 & -16555.967 & 3220.05 \\ 6093.61 & -16555.967 & 24756.81 & -11760 \\ 779.22 & 3220.05 & -11760 & 8995.11 \end{bmatrix}$$

Matriz de valores propios

$$\begin{bmatrix} 2195264.15 & -305939.24 & 60820.099 & 3146.41 \\ -305939.24 & 242137.63 & -144973.44 & 11407.14 \\ 60820.099 & -144973.44 & 216784.68 & -41660.28 \\ 3146.41 & 11407.14 & -41660.28 & 12891.41 \end{bmatrix}$$