



UTMACH

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS Y DE LA SALUD

CARRERA DE INGENIERÍA QUÍMICA

DETERMINACIÓN DE LA MEZCLA OPTIMA DE CARBÓN PARA
DISMINUIR LA CONTAMINACIÓN AMBIENTAL EN LA PLANTA
“ELECTRIC COOP” MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL.

VALDEZ MARQUEZ SANTOS JEFFERSON
INGENIERO QUÍMICO

MACHALA
2021



UTMACH

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS Y DE LA SALUD

CARRERA DE INGENIERÍA QUÍMICA

DETERMINACIÓN DE LA MEZCLA OPTIMA DE CARBÓN PARA
DISMINUIR LA CONTAMINACIÓN AMBIENTAL EN LA PLANTA
“ELECTRIC COOP” MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL.

VALDEZ MARQUEZ SANTOS JEFFERSON
INGENIERO QUÍMICO

MACHALA
2021



UTMACH

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS Y DE LA SALUD

CARRERA DE INGENIERÍA QUÍMICA

EXAMEN COMPLEXIVO

DETERMINACIÓN DE LA MEZCLA OPTIMA DE CARBÓN PARA DISMINUIR LA
CONTAMINACIÓN AMBIENTAL EN LA PLANTA "ELECTRIC COOP" MEDIANTE
PROGRAMACIÓN LINEAL.

VALDEZ MARQUEZ SANTOS JEFFERSON
INGENIERO QUÍMICO

YANEZ ROMERO MARIA ELENA

MACHALA, 27 DE ABRIL DE 2021

MACHALA
27 de abril de 2021

DETERMINACIÓN DE LA MEZCLA ÓPTIMA DE CARBÓN PARA DISMINUIR LA CONTAMINACIÓN AMBIENTAL EN LA PLANTA “ELECTRIC COOP” MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL

por Santos Jefferson Valdez

Fecha de entrega: 16-abr-2021 01:55p.m. (UTC-0500)

Identificador de la entrega: 1561223833

Nombre del archivo: caso_practico_SANTOS_VALDEZ.pdf (889.51K)

Total de palabras: 4251

Total de caracteres: 22097

CLÁUSULA DE CESIÓN DE DERECHO DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO DIGITAL INSTITUCIONAL

El que suscribe, VALDEZ MARQUEZ SANTOS JEFFERSON, en calidad de autor del siguiente trabajo escrito titulado Determinación de la mezcla optima de carbón para disminuir la contaminación ambiental en la planta "Electric Coop" mediante programación lineal., otorga a la Universidad Técnica de Machala, de forma gratuita y no exclusiva, los derechos de reproducción, distribución y comunicación pública de la obra, que constituye un trabajo de autoría propia, sobre la cual tiene potestad para otorgar los derechos contenidos en esta licencia.

El autor declara que el contenido que se publicará es de carácter académico y se enmarca en las disposiciones definidas por la Universidad Técnica de Machala.

Se autoriza a transformar la obra, únicamente cuando sea necesario, y a realizar las adaptaciones pertinentes para permitir su preservación, distribución y publicación en el Repositorio Digital Institucional de la Universidad Técnica de Machala.

El autor como garante de la autoría de la obra y en relación a la misma, declara que la universidad se encuentra libre de todo tipo de responsabilidad sobre el contenido de la obra y que asume la responsabilidad frente a cualquier reclamo o demanda por parte de terceros de manera exclusiva.

Aceptando esta licencia, se cede a la Universidad Técnica de Machala el derecho exclusivo de archivar, reproducir, convertir, comunicar y/o distribuir la obra mundialmente en formato electrónico y digital a través de su Repositorio Digital Institucional, siempre y cuando no se lo haga para obtener beneficio económico.

Machala, 27 de abril de 2021



VALDEZ MARQUEZ SANTOS JEFFERSON
0704459478

AGRADECIMIENTO

Estoy agradecido con las bendiciones que he recibido de Dios a lo largo de mi vida, una de ellas, tener padres maravillosos que me han demostrado que con esfuerzo se logran nuestras metas. Agradezco a los grandes profesionales que me han guiado durante mi formación académica y aquellos amigos que supieron brindarme apoyo con sus conocimientos.

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es determinar la mezcla óptima de carbón pulverizado para disminuir la contaminación ambiental en la planta “Electric Coop”, y que cumpla con los parámetros de descarga de bióxido de azufre y humo de chimenea, establecidos en Norma de la Agencia de Protección Ambiental. Para lo cual, se empleó el método Gráfico y método Simplex que determina la cantidad de carbón pulverizado C_1 y C_2 requeridos en la mezcla, la misma que generará la máxima cantidad de vapor de turbina para la planta Electric Coop. Bajo el método Grafico se obtuvieron tres puntos factibles: punto A (0;0), punto B (5,13; 10,26), punto C (9,52; 0), siendo el punto B el mejor resultado, debido a que la mezcla de 5,13 C_1 y 10,26 de C_2 , generan 153900 libras de vapor por hora. Mientras que, aplicando el método Simplex, la mezcla de 5,12 de C_1 y 10,24 de C_2 , produce 153600 libras de vapor por hora.

Palabras Claves: Programación lineal, contaminación ambiental, maximización, energía, vapor.

ABSTRACT

The objective of this work is to determine the optimal mixture of pulverized coal to reduce environmental pollution in the "Electric Coop" plant, and to comply with the parameters of sulfur dioxide discharge and chimney smoke, established in the Environmental Protection Agency Standard. For this purpose, the Graphical method and Simplex method were used to determine the amount of pulverized coal C1 and C2 required in the mixture, which will generate the maximum amount of turbine steam for the Electric Coop plant. Under the Graphical method, three feasible points were obtained: point A (0;0), point B (5.13; 10.26), point C (9.52; 0), being point B the best result, because the mixture of 5.13 C1 and 10.26 of C2, generate 153900 pounds of steam per hour. While, applying the Simplex method, the mixture of 5.12 of C1 and 10.24 of C2, produces 153600 pounds of steam per hour.

Key words: Linear programming model, environmental pollution, maximization, energy, steam.

Índice

1. INTRODUCCIÓN	7
2. OBJETIVOS	8
3. DESARROLLO	9
3.1. Programación Lineal	9
3.1.1. Función objetivo:	9
3.1.2. Restricciones:	9
3.2. Método Gráfico	10
3.3. Método Simplex	10
4. METODOLOGÍA	11
4.1. Caso Práctico	11
4.1.1. Método Gráfico	12
4.1.2. Método Simplex	15
5. RESULTADOS	19
6. CONCLUSIONES	20
7. BIBLIOGRAFÍA	21

Índice de Ilustración

Gráfica 1. Gráfico de restricciones.....	7
Gráfica 2. Área y puntos factibles.....	9

Índice de Tablas

Tabla 1. Descargas generadas por los dos tipos de carbón pulverizado utilizados en Electric.....	7
Tabla 2. Conversión de forma original a estándar	10
Tabla 3. Tabla simplex 1.....	11
Tabla 4. Tabla simplex 2.....	11
Tabla 5. Resultados del método gráfico.....	12
Tabla 6. Resultados en Tabla simplex	12

1. INTRODUCCIÓN

Las emisiones de gases de efecto invernadero y otros contaminantes atmosféricos han aumentado en los últimos años debido a la creciente demanda de energía eléctrica, en especial en países que generan energía eléctrica a partir de carbón como combustible, debido a su bajo costo, convirtiéndose en una alternativa atractiva en el ámbito económico. No obstante, estas centrales térmicas de carbón generan grandes cantidad de humo, cargado de dióxido de carbono, óxidos de nitrógeno, óxidos de azufre, partículas inorgánicas, como cenizas volantes, hollín y materia particulada en suspensión¹.

La Agencia de Protección Ambiental, por sus siglas en inglés EPA, regula y controla las emisiones a la atmosfera, mediante una norma que limita la descarga de algunos contaminantes atmosféricos como: el humo y el dióxido de azufre². Por lo que, las plantas generadoras de energía de turbina de vapor deben dar cumplimiento a la norma para contribuir con el medio ambiente.

Electric Coop es una planta generadora de energía de vapor de turbina, que recibe dos tipos de carbón, por lo que requiere conocer la mezcla óptima que maximice la cantidad de vapor y a su vez cumplir con la norma EPA en cuanto a descarga de humo y dióxido de azufre a la atmosfera.

Los modelos de optimización basados en programación lineal permiten formular modelos que ayudan eficientemente en la toma de decisiones en situaciones reales, lo que implica un aumento de las utilidades y a su vez el cumplimiento de las restricciones establecidas por el problema³. Bajo este enfoque, este caso práctico tiene como objetivo determinar la mezcla óptima de carbón para disminuir la contaminación ambiental en la planta Electric Coop mediante programación lineal para cumplir con lo establecido en la norma EPA.

2. OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

- Determinar la mezcla óptima de carbón que permite disminuir la contaminación ambiental en la planta “Electric Coop” mediante programación lineal.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Aplicar el método Gráfico y Simplex para determinar la cantidad de carbono pulverizado, C_1 y C_2 , de la mezcla.
- Determinar la solución óptima que cumpla con la normativa Agencia de Protección Ambiental.

3. DESARROLLO

3.1. Programación Lineal

La programación lineal es una técnica de investigación operativa creada en la Segunda Guerra Mundial con el propósito de encontrar soluciones como el transporte y el sostenimiento la dietas para los soldados. En la actualidad, también es recomendado para la toma de decisiones científicas en las empresas⁴. La propia programación lineal entro en el entorno empresarial en la década de 1950, con el tiempo el desarrollo de nuevas tecnologías conduce al uso de la programación lineal⁵.

Las innovaciones y cambios debido a la globalización han incrementado la complejidad de los sistemas productivos, debido a que cada vez son más los factores a considerar para producir un producto específico. Por lo que surge la necesidad de técnicas que permitan la optimización de procesos de producción. La programación lineal ha demostrado ser la técnica de mejores resultados en la toma de decisiones y es la más utilizada en investigación operativa debido a la variedad de aplicaciones que posee y la simplicidad de implementación⁶.

Así mismo, la programación lineal forma parte de la programación matemática, es decir que es un método matemático utilizado para resolver problemas que tiene la finalidad de optimizar (maximizar o minimizar) los resultados mediante la selección de valores de un conjunto de variables de decisión teniendo en cuenta las restricciones y el número de resultados disponibles, así como restringir la libre elección⁷. Según el concepto dispuesto por varios autores la programación lineal posee dos elementos básicos:

Función objetivo: Es uno de los componentes principales, que debe definirse y tiene como objetivo resolver dos tipos de problemas, como la maximización o la minimización⁸. En la ecuación 1 se muestra la forma general de la función objetivo de maximización o minimización. Donde z es el objetivo de maximizar o minimizar, los coeficientes c_1, c_2, \dots, c_n son los costos o el resultado que se pretende maximizar o minimizar de acuerdo al problema, y las variables x_1, x_2, \dots, x_n son las variables de decisión.

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad \text{Ec. 1}$$

Restricciones: Son un conjunto de inecuaciones lineales que se fijan en establecer mejores alternativas que contribuyen a una meta deseada. En otros términos, se refieren

a alternativas que están limitadas por las condiciones del problema⁹. Las restricciones se expresan como se muestra en la ecuación 2. Además, se presenta en la ecuación 3 la restricción de no negatividad, la que expresa que las variables no pueden ser negativas.

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i \quad \text{Ec. 2}$$

$$x_j \geq 0 \quad \text{Ec. 3}$$

Donde, $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ son los coeficientes técnicos, las variables x_1, x_2, \dots, x_n son las variables de decisión, las mismas consideradas en la función objetivo y finalmente b_i representa los niveles o limitaciones. Mientras que el signo de la inecuación “mayor que” o “menor que” está determinado por las condiciones de las limitaciones¹⁰.

3.2. Construcción del modelo

La construcción o formulación del problema consiste en traducir el problema del mundo real en un formato de ecuaciones matemáticas que representan la función objetivo y las restricciones que fueron mencionadas en el apartado 3.1. Este es uno de los pasos más importante, puesto que de estos dependerán los resultados, por lo que es necesario un conocimiento profundo del problema para formularlo correctamente¹¹.

3.3. Método Gráfico

El método grafico o también llamado geométrico es la forma más fácil de utilizar la programación lineal para resolver problemas de planificación¹². El método se explica en detalle dibujando ecuaciones correspondientes a las restricciones en el sistema de coordenadas cartesianas, donde cada variable representa el eje en el sistema de coordenadas cartesianas. Por lo tanto, la limitación de este método es que solo se puede utilizar cuando hay tres variables y no se puede dibujar un gráfico con más de tres dimensiones¹³.

3.3. Método Simplex

Cuando los problemas se vuelven más complejos y no pueden resolverse por métodos gráficos debido a la cantidad de variables utilizadas, el método simplex es el más conveniente a emplearse¹⁵. Es un método interactivo que se utiliza para determinar numéricamente la respuesta de un modelo de programación lineal, es decir que es un algoritmo que en cada iteración cambia su base de manera sistemática hasta obtener al punto óptimo. Por lo que, la selección de elementos conjuntos en cada iteración es uno de los pasos más críticos del algoritmo simplex^{15,16}.

4. METODOLOGÍA

Para la resolución del problema se realizó una investigación acerca de la programación lineal, con el fin de desarrollar el caso de estudio, empleando el método gráfico y simplex, que sirvieron para la optimización de la mezcla de carbón para disminuir la contaminación ambiental en la planta eléctrica.

4.1. Caso Práctico

Electric Coop posee una planta generadora de energía de turbina de vapor. Como en Electric abundan los depósitos de carbón, la planta genera su vapor con carbón. Esto, sin embargo, puede conducir a emisiones que no satisfagan las normas de la Agencia de Protección Ambiental (EPA, por sus siglas en inglés). Las normas de la Agencia de Protección Ambiental limitan la descarga de bióxido de azufre a 2000 partes por millón por tonelada de carbón quemado, y la descarga de humo por las chimeneas de la planta a 20 lb por hora. La Electric recibe dos tipos de carbón pulverizado, C_1 y C_2 , para usarlos en la planta de vapor. Los dos tipos se suelen mezclar antes de la combustión. Por simplicidad, se supone que la cantidad de azufre contaminante descargado (en partes por millón) es un promedio ponderado de la proporción de cada tipo utilizado en la mezcla. Los siguientes datos se basan en el consumo de 1 tonelada por hora de cada uno de los dos tipos de carbón.

Tabla 1. Descargas generadas por los dos tipos de carbón pulverizado utilizados en Electric Coop.

Tipo de carbón	Descarga de S en ppm	Descarga de humo en lb por hora	Vapor generado en lb por hora
C_1	1800	2,1	12000
C_2	2100	0,9	9000

4.1.1. Construcción del modelo

Para la aplicación de programación lineal es necesario primero establecer las variables de decisión, que en este caso son determinadas por la cantidad de carbón pulverizado expresadas en toneladas por hora, debido a que los datos de descarga se basan en cada tonelada de carbón pulverizado utilizado.

X_1 : Cantidad de carbón pulverizado C_1 en toneladas por hora.

X_2 : Cantidad de carbón pulverizado C_2 en toneladas por hora.

La planta generadora de energía necesita maximizar la cantidad de vapor de turbina a partir de carbón pulverizado, por lo que los dos tipos de carbón pulverizado que ingresa a la planta producen determinada cantidad de vapor expresado en libras por hora. Estos valores son las constantes que van a acompañadas de las variables de decisión en la función objetivo.

$$Z_{m\acute{a}x} = 12000 x_1 + 9000 x_2$$

Finalmente, se identificaron las restricciones, las cuales están determinadas por las limitaciones de descarga de acuerdo a las Normas de la Agencia de Protección Ambiental, EPA. La primera restricción fue definida por la limitación de bióxido de azufre, la segunda restricción por la descarga de humo, y la tercera restricción es de no negatividad.

$$R_1: 1800x_1 + 2100x_2 = 2000 (x_1 + x_2)$$

$$R_2: 2,1x_1 + 0,9x_2 \leq 20$$

$$R_3: x_1, x_2 \geq 0$$

4.1.1. Método Gráfico

Establecidas las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones, se procedió a aplicar el método gráfico con el procedimiento descrito por Reeb & Leavengood (1998), para lo cual se obtuvieron los valores de x_1 y x_2 de cada restricción, estableciendo sus coordenadas para posteriormente graficarlas en el plano cartesiano como se muestra en el Gráfico 1.

Restricción 1:

$$1800x_1 + 2100x_2 = 2000 (x_1 + x_2)$$

$$1800x_1 + 2100x_2 = 2000 x_1 + 2000 x_2$$

$$1800x_1 + 2100x_2 - 2000 x_1 - 2000 x_2 = 0$$

$$100x_2 - 200 x_1 = 0$$

$$\text{Cuando } x_1 = 10$$

$$100x_2 - 200 (10) = 0$$

$$x_2 = \frac{2000}{100} = 20$$

$$\text{Cuando } x_2 = 10$$

$$100(10) - 200 x_1 = 0$$

$$x_1 = \frac{-1000}{-200} = 5$$

Coordenadas: (10, 20) (5,10)

Restricción 2:

$$2,1x_1 + 0,9x_2 = 20$$

$$\text{Cuando } x_1 = 0$$

$$2,1(0) + 0,9x_2 = 20$$

$$x_2 = \frac{20}{0,9} = 22,22$$

$$\text{Cuando } x_2 = 0$$

$$2,1x_1 + 0,9(0) = 20$$

$$x_1 = \frac{20}{2,1} = 9,52$$

Coordenadas: (9,52; 0) (0; 22,22)

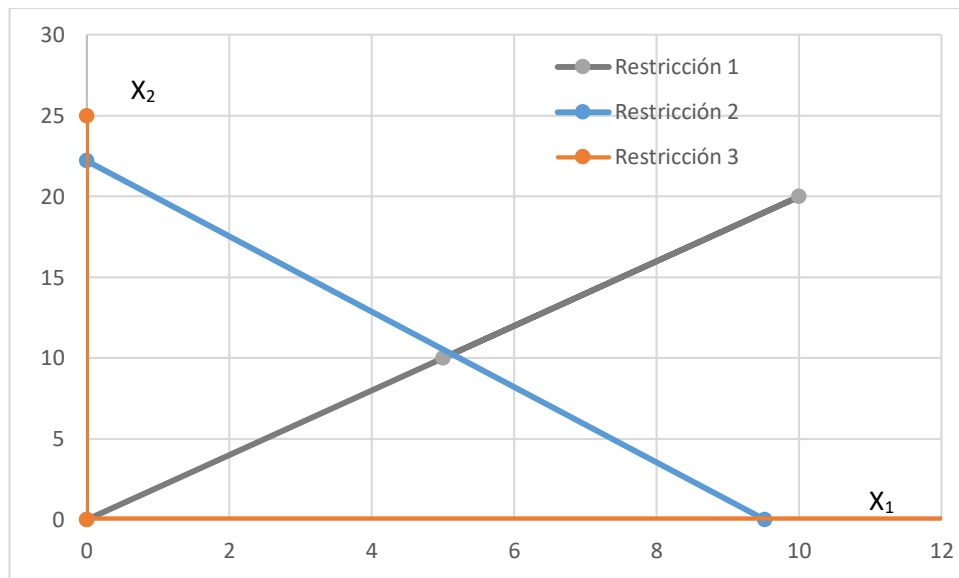


Gráfico 1. Gráfico de restricciones.

Para determinar el área factible se evaluó el punto (5, 5) en las dos restricciones, lo que permite visualizar el área en la que se cumple la inecuación. En el Grafico 2 se muestra el área y los puntos factibles.

$$1800x_1 + 2100x_2 \leq 2000 (x_1 + x_2)$$

$$1800 (5) + 2100(5) \leq 2000 (5 + 5)$$

$$19500 \leq 20000 \text{ *Si cumple*}$$

$$2,1x_1 + 0,9x_2 \leq 20$$

$$2,1(5) + 0,9(5) \leq 20$$

$$15 \leq 20 \text{ Si cumple}$$

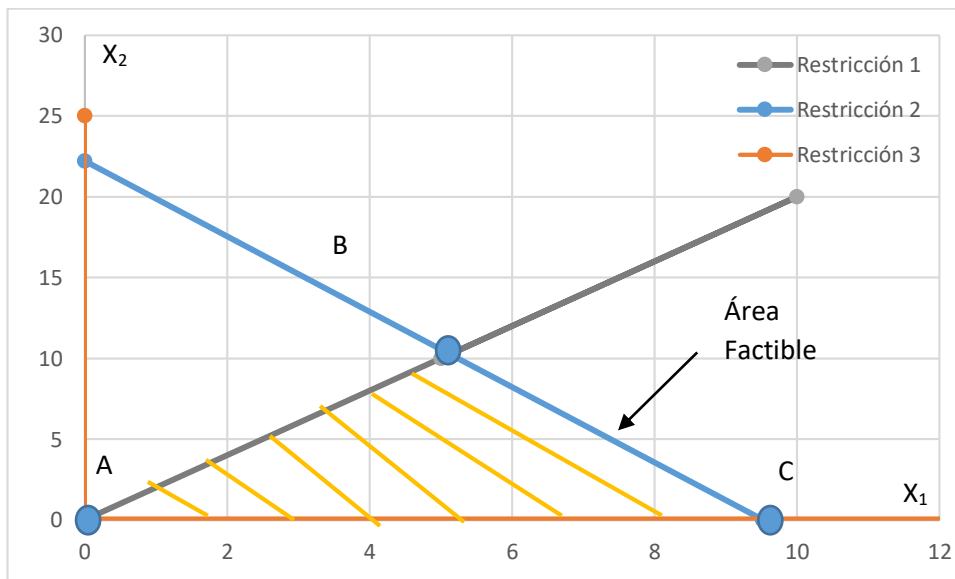


Grafico 2. Área y puntos factibles.

La intersección entre ambas rectas es el punto B, por lo que despeja x_2 en la restricción 1 y se reemplazó en la restricción 2.

$$1800x_1 + 2100x_2 = 2000(x_1 + x_2)$$

$$100x_2 - 200x_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{200x_1}{100}$$

$$x_2 = 2x_1$$

$$2,1x_1 + 0,9x_2 = 20$$

$$2,1x_1 + 0,9(2x_1) = 20$$

$$2,1x_1 + 1,8x_1 = 20$$

$$3,9x_1 = 20$$

$$x_1 = 5,13$$

$$x_2 = 2 (5,13)$$

$$x_2 = 10,26$$

Los puntos factibles son reemplazados en la función objetivo, para encontrar la solución del problema, el valor que resulte más alto, es el resultado óptimo.

$$Z_{m\acute{a}x}A = 12000 (0) + 9000 (0) = 0$$

$$Z_{m\acute{a}x}B = 12000 (5,13) + 9000 (10,26) = 153900$$

$$Z_{m\acute{a}x}C = 12.000 (9,52) + 9.000 (0) = 114240$$

4.1.2. Método Simplex

Para la aplicación del método simplex se empleó el procedimiento descrito por Moncayo-Martínez & Muñoz (2018), para lo cual se convirtieron la función objetivo y las restricciones a la forma estándar, es decir que las inecuaciones se convierten en ecuaciones y se adicionaron las variables de holguras en cada una de las restricciones, aplicando la regla de cuando el signo es mayor igual, la variable de holgura es de signo positivo y cuando el signo es menor igual, la variable de holgura es negativa, como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Conversión de forma original a estándar

Forma Original	Forma Estándar
$Z_{m\acute{a}x.} = 12.000 x_1 + 9.000 x_2$	$Z_{m\acute{a}x} = -12.000x_1 - 9.000x_2$
$-200x_1 + 100x_2 \leq 0$	$-200x_1 + 100x_2 + S_1 = 0$
$2,1x_1 + 0,9x_2 \leq 20$	$2,1x_1 + 0,9x_2 + S_2 = 20$
$x_1, x_2 \geq 0$	$x_1, x_2, S_1, S_2 = 0$

Fuente. Elaboración propia.

Establecida la forma estándar se realizó la tabla simplex, distribuyendo las variables de decisión, las variables de holgura y por última la solución en las columnas; mientras que en las filas se presenta las variables holgura y $Z_{m\acute{a}x}$ como se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3. Tabla simplex 1.

	x_1	x_2	S_1	S_2	Solución
S_1	-200	100	1	0	0
S_2	2,1	0,9	0	1	20
$Z_{m\acute{a}x}$	-12.000	-9.000	0	0	0

Fuente. Elaboración propia.

Posterior a esto, se identificó el número pivote mediante la selección del número más negativo de la fila $Z_{m\acute{a}x}$, esto con la finalidad de identificar la columna pivote, mientras que la fila pivote se obtiene a través de la división de los valores de la columna solución entre los de la columna pivote, el resultado menor es el de la fila pivote. Finalmente la celda de intersección entre la fila y columna pivote es el número pivote, resaltado en color verde en la tabla.

Una vez identificado el número pivote este es convertido a la unidad, por lo que es dividido entre -200 y a su vez toda la fila se le aplica la misma operación, como se muestra en la Tabla 4 la nueva tabla simplex con el resultado de esta operación.

Tabla 4. Tabla simplex 2.

	x_1	x_2	S_1	S_2	Solución
S_1	-200	100	1	0	0
S_2	1	0,43	0	0,476	9,52
$Z_{m\acute{a}x}$	-12.000	-9.000	0	0	0

Fuente. Elaboración propia.

Finalmente, se realizaron las operaciones matemáticas necesarias para que los resultados de las sumas de las filas queden en cero, con la que se obtiene la nueva fila x_2 y la nueva variable de holgura S_1 .

S_1	-200	100	1	0	0
S_2	1(200)	0,43(200)	0(200)	0,476(200)	9,52(200)
	0	186	1	95,2	1904,8
+					
S_2	1 (12000)	0,43(12000)	0(12000)	0,476(12000)	9,524(12000)
+	$Z_{m\acute{a}x}$	-12.000	-9.000	0	0
		0	-3840	0	5712
					114288

Dado que en el resultado de $Z_{m\acute{a}x}$ presenta un valor negativo, nuevamente se inicia el proceso, identificando el número pivote como se mencionó anteriormente. En la Tabla 5 se muestra la nueva tabla simplex con los valores obtenidos de las operaciones matemáticas.

Tabla 5. Tabla simplex 3.

	x_1	x_2	S_1	S_2	Solución
x_2	0	186	1	95,2	1904,8
S_1	1	0,43	0	0,476	9,524

$Z_{m\acute{a}x}$	0	-3840	0	5712	114288
-------------------	---	-------	---	------	--------

Fuente. Elaboración propia.

Así mismo, nuevamente se convierte el número a la unidad, por lo que es dividido entre 186 y a su vez toda la fila se le aplica la misma operación, como se muestra en la Tabla 6 la nueva tabla simplex con el resultado de esta operación.

Tabla 6. Tabla simplex 4.

	x_1	x_2	S_1	S_2	Solución
x_2	0	1	0,0054	0,51	10,24
S_1	1	0,43	0	0,476	9,524
$Z_{m\acute{a}x}$	0	-3840	0	5712	114288

Fuente. Elaboración propia.

Se realizaron las operaciones matemáticas necesarias para que el resultado de las sumas de las filas quede en cero, en la columna pivote. Por lo que en la primera operación toda la fila S_1 es dividida para -0,43; y en la segunda operación x_2 es multiplicada por 3840.

x_2	0	1	0,0054	0,51	10,24
+ S_1	1/-0,43	0,43/-0,43	0/-0,43	0,476/-0,43	9,524/-0,43
	-2,33	0	0,0054	-0,59	-11,91
x_2	0(3840)	1(3840)	0,0054(3840)	0,51(3840)	10,24(3840)
+ $Z_{m\acute{a}x}$	0	-3840	0	5712	114288
	0	0	20,74	7670	153609

Se obtiene la nueva tabla simplex como se muestra en la Tabla 7, visualizando en la columna de solución un número negativo.

Tabla 7. Tabla simplex 5.

	x_1	x_2	S_1	S_2	Solución
x_2	0	1	0,0054	0,51	10,24
x_1	-2,33	0	0,0054	-0,59	-11,91
$Z_{m\acute{a}x}$	0	0	20,74	7670	153609

Fuente. Elaboración propia.

Para llevar a la unidad el número pivote que en este caso es el -2,33 se dividió toda la fila para el mismo número, quedando como resultado en la columna solución todos los valores positivos y así mismo en la fila $Z_{m\acute{a}x}$ todos los valores positivos, por lo que se ha llegado a la solución.

Tabla 8. Resultados de la tabla simplex

	x_1	x_2	S_1	S_2	Solución
x_2	0	1	0,0054	0,51	10,24
x_1	1	0	-0,002	0,25	5,12
$Z_{m\acute{a}x}$	0	0	20,74	7670	153602

Fuente. Elaboración propia.

Para comprobar el resultado se reemplazó los valores obtenidos en la tabla simplex en la función objetivo, coincidiendo los resultados de la función objetivo con los obtenidos en la tabla. En otros términos, los resultados son correctos, por lo que se generan 153600 libras por hora de vapor con esta mezcla de carbón pulverizado.

$$Z_{m\acute{a}x} = 12000 x_1 + 9000 x_2$$

$$Z_{m\acute{a}x} = 12000 (5,12) + 9000 (10,24) = 153600$$

5. RESULTADOS

Para la resolución del problema de Electric Coop se emplearon los siguientes métodos: Gráfico y Simplex. Las variables de decisión identificadas son: cantidad de carbón pulverizado C_1 , denominada x_1 ; y, cantidad pulverizado C_2 , denominada x_2 , expresadas en toneladas por hora. Además, las restricciones fueron establecidas de acuerdo a los límites de descarga de bióxido de azufre y humo de chimenea con base en la Norma de la Agencia de Protección Ambiental.

Bajo el método Gráfico se obtuvieron tres puntos factibles: punto A (0; 0), punto B (5,13; 10,26) y punto C (9,52; 0), como se visualiza en la tabla 9. Siendo B la de mejor resultado, debido a que la mezcla de 5,13 de C_1 y 10,26 de C_2 generan 153900 lb de vapor por hora.

Tabla 9. Resultados del método gráfico.

Punto factible	X1:Cantidad de C_1 en Ton/h	X2:Cantidad de C_2 en Ton/h	Vapor generado en lb/h
A	0	0	0
B	5,13	10,26	153900
C	9,52	0	114,240

Fuente. Elaboración propia.

En tanto que, aplicando el método Simplex, la mezcla de 5,12 de C_1 y 10,24 de C_2 produce 153600 lb de vapor por hora, como se puede observar en la tabla 10. Comparando estos resultados con los obtenidos en el método gráfico, existe una mínima variación.

Tabla 10. Resultados de la tabla simplex

	x_1	x_2	S_1	S_2	Solución
x_2	0	1	0,0054	0,51	10,24
x_1	1	0	-0,002	0,25	5,12
$Z_{m\acute{a}x}$	0	0	20,74	7670	153602

Fuente. Elaboración propia.

6. CONCLUSIONES

Dentro de los resultados expuestos, se puede deducir que, tanto el método Grafico como el método Simplex cumplen con los límites de descarga establecidos por la Norma de la Agencia de Protección Ambiental: sin embargo, la mezcla de carbón pulverizado que genera mayor cantidad de vapor es la obtenida bajo el método Grafico, con el valor de 153900 libras por hora.

7. BIBLIOGRAFÍA

- (1) Kumar, Y. Smoke Pollution Control System. *Int. J. Appl. Environ. Sci.* **2016**, *11* (2), 375–382. https://www.ripublication.com/ijaes16/ijaesv11n2_03.pdf
- (2) EPA. *EPA's 2008 Report on the Environment*; 2008. https://cfpub.epa.gov/roe/documents/EPAROE_FINAL_2008.PDF
- (3) Colina, B. Aplicaciones de Programación Lineal, Entera y Mixta. *Ing. Ind. Actual. y Nuevas Tendencias* **2011**, *2* (7), 85–104. <https://www.redalyc.org/pdf/2150/215024822007.pdf>
- (4) Pardo, R. Restauración de Sistemas de Potencia Usando Un Modelo de Programación Lineal Entera Mixta. *Inf. Tecnológica* **2020**, *31* (6), 147–158. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642020000600147>.
- (5) Hernández-Ramírez, D.; Bluhm-Gutiérrez, J.; Valle-Rodríguez, S. Conceptos Básicos de Programación Lineal y Aplicación En El Manejo de Recursos Naturales. *Rev. del Dr. Interinstitucional en Ciencias Ambient.* **2016**, *6*, 97–104. <https://doi.org/10.25100/ay.s.v0i0.4293>.
- (6) Fernández, G. Programación Lineal e Ingeniería Industrial: Una Aproximación Al Estado Del Arte. *Univ. Carabobo* **2011**, *6*, 61–78. <https://www.redalyc.org/pdf/2150/215021914005.pdf>
- (7) Alvarado, J. La Programación Lineal Aplicación de Las Pequeñas y Medianas Empresas. *Reflexiones* **2009**, *88* (1), 89–105. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=72912559007>.
- (8) Taha, H. A. *Investigacion de Operaciones*, Novena Edición.; Mexico, 2012.
- (9) Barboza, O.; Mendoza, J.; Fariña, R. Programación Lineal Aplicada Al Despacho de Carga En Paraguay. *Rev. Científica la UCSA* **2019**, *6* (3), 44–51. <https://doi.org/10.18004/ucsa/2409-8752/2019.006.03.044-051>.
- (10) Mora, H. M. *Programación Lineal*, 2da Edición.; Universidad Nacional de Colombia, 2004.

- (11) Reeb, J.; Leavengood, S. Using the Graphical Method to Solve Linear Programs. *Oper. Res.* **1998**, 1–21. https://ir.library.oregonstate.edu/concern/open_educational_resources/6q182k541
- (12) Bimal, C. Effect of Graphical Method for Solving Mathematical Programming Problem. *Daffodil Int. Univ. J. Sci. Technol.* **2010**, 5 (1), 29–36.
- (13) Izar, J. M. *Investigación de Operaciones*, 2da Edición.; 2018.
- (14) Valencia, K. *Introducción Al Método Simplex: Forma Tabular Paso a Paso*; 2015. <https://www.banglajol.info/index.php/DIUJST/article/view/4379>
- (15) Moncayo-Martínez, L.; Muñoz, D. Un Sistema de Apoyo Para La Enseñanza Del Método Simplex y Su Implementación En Computadora. *Form. Univ.* **2018**, 11 (6), 29–40. <https://doi.org/10.4067/s0718-50062018000600029>.
- (16) Mansilha, M. B.; Farret, F. A.; Kullman, D. H. Programação Linear : Método de Otimização Simplex e Software OTIMIZA. *Espacios* **2017**, 38 (60), 4–19. <http://www.revistaespacios.com/a17v38n60/a17v38n60p04.pdf>